

УДК 533.9

**К. Ильенко, Т. Ю. Яценко, С. А. Куркин\***

*Институт радиофизики и электроники им. А. Я. Усикова НАН Украины  
12, ул. Ак. Проскуры, Харьков, 61085, Украина*

E-mail: [kost@ire.kharkov.ua](mailto:kost@ire.kharkov.ua)

*\*Саратовский государственный университет им. Н. Г. Чернышевского  
83, ул. Астраханская, Саратов, 410012, Россия*

## ТРАНСПОРТИРОВКА СИЛЬНОТОЧНОГО ТРУБЧАТОГО РЕЛЯТИВИСТСКОГО ЭЛЕКТРОННОГО ПУЧКА В ГИБРИДНОМ КООКСИАЛЬНОМ МАГНИТНОМ ОНДУЛЯТОРЕ

Сформулирована замкнутая система динамических уравнений, описывающая транспортировку пучка заряженных частиц в коаксиальной камере дрейфа в комбинированных конечном продольном однородном (ведущем) и периодическом ондуляторном магнитостатических полях. Получены выражения для усредненных по периоду ондулятора собственных электрических и магнитных полей пучка заряженных частиц в коаксиальной камере дрейфа с учетом продольной составляющей собственного магнитного поля пучка. Продемонстрировано, что ведущее магнитное поле может быть использовано для контроля положения пучка в поперечном сечении камеры дрейфа. Показано, что присутствие ведущего магнитного поля, необходимого для увеличения амплитуды поперечных осцилляций пучка и повышения выходной мощности в гибридном коаксиальном лазере/мазере на свободных электронах, одновременно приводит к ограничению допустимых транспортируемых токов. Ил. 4. Библиогр.: 18 назв.

**Ключевые слова:** гибридный ЛСЭ/МСЭ, коаксиальный ондулятор, собственное электромагнитное поле.

Вопросы оценки предельного тока пучка заряженных частиц, распространяющихся в проводящей заземленной камере дрейфа в продольном (по отношению к направлению распространения) ведущем сильном (бесконечном) или конечном магнитостатическом поле, относятся к наиболее изученным в физической электронике (сравните с [1–3]). Одновременно возрастает и количество ситуаций, в которых вопросы максимального значения предельного тока имеет первостепенное значение. Например, недавно в литературе возникла дискуссия относительно максимально возможного тока для транспортировки в магнитостатическом поле накачки гибридного коаксиального лазера/мазера на свободных электронах (ЛСЭ/МСЭ) [4, 5]. В указанных работах авторы оценивали максимально возможный ток, используя выражение для тонкого пучка заряженных частиц в сильном продольном однородном магнитостатическом поле [6, 7] (см. также [3]). Другая оценка, построенная на рассмотрении достаточно тонкого пучка в преобладающем поперечном (реалистическом) периодическом коаксиальном ондуляторном магнитостатическом поле, дает на порядок меньшие значения токов [8, рис. 7]. Экспериментально достижимые значения транспортируемых токов стратклайдского гибридного коаксиального ЛСЭ/МСЭ [9] ближе к оценке в работе [8].

Учитывая эту дискуссию, желательно разработать последовательный теоретический подход к исследованию стационарных состояний распространения сильноточных пучков заряженных частиц как непрерывных сред в комбинированных конечных продольных однородных (ве-

дущих) и периодических ондуляторных магнитостатических полях.

В разд. 1 приведена постановка задачи, а в разд. 2 по аналогии с работами [10–12] в приближении непрерывной среды проведена оценка собственных электрических и магнитных полей пучка заряженных частиц в коаксиальной камере дрейфа без предположения однородной плотности пучка и вращения типа «жесткого ротатора». В разд. 3 изучена зависимость равновесных радиусов пучка от напряженности продольного однородного (ведущего) магнитного поля, а также динамика пучка для различных положений его инжекции как по радиальной, так и по продольной координатам, в присутствии и в отсутствие продольного однородного магнитного поля.

**1. Постановка задачи.** Будем описывать сильноточный релятивистский электронный пучок (СРЭП) как сплошную среду с кусочно-неоднородной плотностью  $\bar{n}(r)$ , для простоты считая ее независимой от продольной координаты  $z$ :

$$\bar{n}(r) = \begin{cases} \bar{n}_0(r), & r_i \leq r \leq r_o, \\ 0, & r_1 \leq r < r_i, r_o < r \leq r_2, \end{cases} \quad (1)$$

где  $r$  – радиальная координата;  $r_1, r_2$  – внутренний и внешний радиусы камеры дрейфа;  $r_i, r_o$  – внутренний и внешний радиусы пучка (сравните с [8, 13]).

В статическом пределе система уравнений Максвелла, которой удовлетворяют собственные электрическое и магнитное поля пучка в предположении их независимости от продольной координаты  $z$ , записывается в виде [12]

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[ r \frac{\partial \bar{\varphi}^{self}(r)}{\partial r} \right] = -4\pi q \bar{n}(r),$$

$$\frac{\partial \bar{B}_z^{self}(r)}{\partial r} = -\frac{4\pi q}{c} \frac{\bar{n}(r) \bar{p}_\theta(r)}{\sqrt{1 + \bar{p}_\theta^2(r) + \bar{p}_z^2(r)}}, \quad (2)$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[ r \bar{B}_\theta^{self}(r) \right] = \frac{4\pi q}{c} \frac{\bar{n}(r) \bar{p}_z(r)}{\sqrt{1 + \bar{p}_\theta^2(r) + \bar{p}_z^2(r)}},$$

где  $q$  – заряд частиц, составляющих пучок (для электронов  $q = -|e|$ ,  $e$  – заряд электрона);  $c$  – скорость света в вакууме;  $\bar{\varphi}^{self}(r)$  ( $\bar{E}^{self}(r) = -\partial \bar{\varphi}^{self}(r) / \partial r$ ) – скалярный потенциал собственного электрического поля пучка;  $\bar{B}_\theta^{self}(r)$ ,  $\bar{B}_z^{self}(r)$  –  $\theta$ -,  $z$ -компоненты собственного магнитного поля пучка;  $\bar{p}_\theta(r)$ ,  $\bar{p}_z(r)$  –  $\theta$ -,  $z$ -компоненты релятивистского импульса (черта над символом обозначает усреднение по периоду ондулятора, см. ниже).

Внешнее магнитное поле, создаваемое в гибридном коаксиальном ЛСЭ/МСЭ, состоит из двух частей [4]:

$$\bar{B}^{ext}(r, z) = \bar{B}_0^{ext} + \bar{B}_\perp^{ext}(r, z), \quad (3)$$

где  $\bar{B}_0^{ext} = (0, 0, B_{z0}^{ext})$  – внешнее однородное постоянное магнитное поле, создаваемое соленоидом;  $\bar{B}_\perp^{ext}(r, z) = (B_r^{ext}(r, z), 0, B_z^{ext}(r, z))$  – ондуляторное преимущественно поперечное магнитостатическое поле, создаваемое достаточно длинной системой постоянных магнитов, компоненты которого записываются в форме [8, 13, 14]

$$B_r^{ext}(r, z) = -B_\perp^m \sum_{k=0}^{\infty} C_{2k+1} \times$$

$$\times \sin((2k+1)(k_w z - \frac{\pi}{4})) F_{2k+1}^{(1)}((2k+1)k_w r);$$

$$B_z^{ext}(r, z) = -B_\perp^m \sum_{k=0}^{\infty} C_{2k+1} \times$$

$$\times \cos((2k+1)(k_w z - \frac{\pi}{4})) F_{2k+1}^{(0)}((2k+1)k_w r), \quad (5)$$

где  $B_\perp^m$  – значение продольной компоненты магнитной индукции на цилиндрических поверхностях постоянных магнитов ондулятора (для простоты считаем эти поверхности расположенными при  $r = r_1$  и  $r = r_2$ );

$$C_{2k+1} = \frac{4}{(2k+1)\pi} \sin\left[\frac{(2k+1)\pi}{4}\right];$$

$k_w = 2\pi / l_w$ ,  $l_w$  – пространственный период магнитостатической системы ондулятора;

$$F_{2k+1}^{(0)}((2k+1)k_w r) = f_{2k+1} I_0((2k+1)k_w r) -$$

$$- g_{2k+1} K_0((2k+1)k_w r);$$

$$F_{2k+1}^{(1)}((2k+1)k_w r) = f_{2k+1} I_1((2k+1)k_w r) +$$

$$+ g_{2k+1} K_1((2k+1)k_w r);$$

$$f_{2k+1} = \frac{K_0((2k+1)k_w r_1) + K_0((2k+1)k_w r_2)}{\Delta_{2k+1}};$$

$$g_{2k+1} = \frac{I_0((2k+1)k_w r_1) + I_0((2k+1)k_w r_2)}{\Delta_{2k+1}};$$

$$\Delta_{2k+1} = I_0((2k+1)k_w r_1) K_0((2k+1)k_w r_2) -$$

$$- I_0((2k+1)k_w r_2) K_0((2k+1)k_w r_1);$$

$I_0(\cdot)$ ,  $I_1(\cdot)$  – функции Бесселя 0-го и 1-го порядка;  $K_0(\cdot)$ ,  $K_1(\cdot)$  – модифицированные функции Бесселя 0-го и 1-го порядка.

Рассматривая цилиндрически симметричные пучки заряженных частиц (т. е. считая все величины независимыми от угловой координаты), представим систему уравнений, описывающую динамику пучка в предположении ламинарности потока, в следующем виде:

$$\frac{dp_r}{dt} - \frac{p_\theta^2}{m_q r \gamma} = q \bar{E}_r^{self} + \frac{q}{m_q c \gamma} [p_\theta (\bar{B}_z^{self} + B_z^{ext} + B_{z0}^{ext}) - p_z \bar{B}_\theta^{self}],$$

$$\frac{dp_\theta}{dt} + \frac{p_r p_\theta}{m_q r \gamma} = -\frac{q}{m_q c \gamma} [p_r (\bar{B}_z^{self} + B_z^{ext} + B_{z0}^{ext}) - p_z B_r^{ext}], \quad (6)$$

$$\frac{dp_z}{dt} = \frac{q}{m_q c \gamma} [p_r \bar{B}_\theta^{self} - p_\theta B_r^{ext}], \quad \frac{dr}{dt} = \frac{p_r}{\gamma}, \quad \frac{dz}{dt} = \frac{p_z}{\gamma},$$

где  $p_r(t)$ ,  $p_\theta(t)$ ,  $p_z(t)$  –  $r$ -,  $\theta$ -,  $z$ -компоненты релятивистского импульса;  $\gamma = \sqrt{1 + p_r^2 + p_\theta^2 + p_z^2}$  – релятивистский фактор. Начальные условия к системе (6) записываются в форме

$$p_r(0) = 0, \quad p_\theta(0) = 0,$$

$$p_z(0) = p_{z0}, \quad r(0) = r_0, \quad z(0) = z_0, \quad (7)$$

где  $z_0$  – продольное положение плоскости инжекции пучка;  $p_{z0}$  – начальный продольный им-

пульс;  $r_0$  – начальное радиальное положение трубок тока, на которые разбивается пучок при численном моделировании.

Из уравнений (6) следует закон сохранения энергии

$$m_q c^2 \gamma + q \bar{\varphi}^{self} = m_q c^2 \gamma_0 \quad (8)$$

( $\gamma_0 = \sqrt{1 + p_{z0}^2}$ ), дифференцирование которого ( $\partial \bar{\varphi}^{self}(r) / \partial r = -(m_q c^2 / q) \partial \bar{\gamma}(r) / \partial r$ ) позволяет замкнуть систему уравнений (1)–(8) без предположения о независимости плотности пучка заряженных частиц от радиальной координаты (срав-

ните с подходом, описанным в монографии [15, с. 138]);  $\bar{n}_0(r)$  определяется затем из первого уравнения системы (2).

Уравнения (1)–(8) в сформулированных предположениях и пренебрежении полем излучения определяют самосогласованную динамику пучка заряженных частиц в коаксиальной камере дрейфа.

**2. Представление собственных полей пучка.** В предположении ламинарности потока и усреднения по периоду ондулятора, решение системы (2) для собственных электрического и магнитного полей пучка заряженных частиц принимает вид

$$\bar{e}_r^{self}(\rho) \equiv \frac{qr_2}{m_q c^2} \bar{E}_r^{self}(r) = -\frac{\partial \bar{f}^{self}(\rho)}{\partial \rho}; \quad (9)$$

$$\begin{aligned} \bar{b}_\theta^{self}(\rho) \equiv \frac{qr_2}{m_q c^2} \bar{B}_\theta^{self}(r) = & -\frac{\partial \bar{f}^{self}(\rho)}{\partial \rho} \bar{\beta}_z(\rho) + \frac{1}{\rho} \int_{\rho_i}^{\rho} \rho' \frac{\partial \bar{f}^{self}(\rho')}{\partial \rho'} \frac{\partial \bar{\beta}_z(\rho')}{\partial \rho'} d\rho' + \\ & + \frac{1}{\rho \ln \rho_1} \int_{\rho_i}^{\rho_0} \bar{f}^{self}(\rho') \frac{\partial \bar{\beta}_z(\rho')}{\partial \rho'} d\rho' + \frac{1}{\rho \ln \rho_1} \int_{\rho_i}^{\rho_0} \frac{d\rho'}{\rho'} \int_{\rho_i}^{\rho'} \rho'' \frac{\partial \bar{f}^{self}(\rho'')}{\partial \rho''} \frac{\partial \bar{\beta}_z(\rho'')}{\partial \rho''} d\rho'' - \\ & - \frac{\ln \rho_0}{\rho \ln \rho_1} \int_{\rho_i}^{\rho_0} \rho' \frac{\partial \bar{f}^{self}(\rho')}{\partial \rho'} \frac{\partial \bar{\beta}_z(\rho')}{\partial \rho'} d\rho'; \end{aligned} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} \bar{b}_z^{self}(\rho) \equiv \frac{qr_2}{m_q c^2} \bar{B}_z^{self}(r) = & \frac{1 - \rho_0^2}{1 - \rho_1^2} \frac{\partial \bar{f}^{self}(\rho_0)}{\partial \rho} \bar{\beta}_\theta(\rho_0) + \frac{\rho_i^2 - \rho_1^2}{1 - \rho_1^2} \frac{\partial \bar{f}^{self}(\rho_i)}{\partial \rho} \bar{\beta}_\theta(\rho_i) - \frac{\partial \bar{f}^{self}(\rho)}{\partial \rho} \bar{\beta}_\theta(\rho) - \\ & - \int_{\rho}^{\rho_0} \rho' \frac{\partial \bar{f}^{self}(\rho')}{\partial \rho'} \frac{\partial}{\partial \rho'} \left( \frac{\bar{\beta}_\theta(\rho')}{\rho'} \right) d\rho' + \frac{\rho_i^2 - \rho_1^2}{1 - \rho_1^2} \int_{\rho_i}^{\rho_0} \rho' \frac{\partial \bar{f}^{self}(\rho')}{\partial \rho'} \frac{\partial}{\partial \rho'} \left( \frac{\bar{\beta}_\theta(\rho')}{\rho'} \right) d\rho' + \\ & + \frac{2}{1 - \rho_1^2} \int_{\rho_i}^{\rho_0} \rho' \frac{\partial \bar{f}^{self}(\rho')}{\partial \rho'} \bar{\beta}_\theta(\rho') d\rho' + \frac{2}{1 - \rho_1^2} \int_{\rho_i}^{\rho_0} d\rho' \rho' \int_{\rho_i}^{\rho'} \rho'' \frac{\partial \bar{f}^{self}(\rho'')}{\partial \rho''} \frac{\partial}{\partial \rho''} \left( \frac{\bar{\beta}_\theta(\rho'')}{\rho''} \right) d\rho'', \end{aligned} \quad (11)$$

где  $\bar{e}_r^{self}$ ,  $\bar{b}_\theta^{self}$ ,  $\bar{b}_z^{self}$  – радиальная компонента безразмерного собственного электрического поля пучка,  $\theta$ - и  $z$ -компоненты безразмерного собственного магнитного поля пучка соответственно;  $\bar{f}^{self}(\rho) = q \bar{\varphi}^{self}(r) / (m_q c^2)$  – безразмерный потенциал собственного электрического поля пучка;  $\rho = r / r_2$  – безразмерная радиальная координата;  $\rho_1 = r_1 / r_2$  – безразмерный внутренний радиус камеры дрейфа;  $\rho_i = r_i / r_2$ ,  $\rho_0 = r_0 / r_2$  – безразмерные внутренний и внешний радиусы границ пучка;  $\bar{\beta}_\theta(\rho) = \bar{\pi}_\theta(\rho) / \bar{\gamma}(\rho)$ ,  $\bar{\beta}_z(\rho) = \bar{\pi}_z(\rho) / \bar{\gamma}(\rho)$  – безразмерные  $\theta$ -,  $z$ -компоненты скорости

( $\bar{\pi}_\theta(\rho) = \bar{p}_\theta(\rho) / (m_q c)$ ,  $\bar{\pi}_z(\rho) = \bar{p}_z(\rho) / (m_q c)$  – безразмерные  $\theta$ -,  $z$ -компоненты импульса).

Для тонких пучков естественным является предположение независимости плотности пучка

$$n_0 = (r_0 - r_i)^{-1} \int_{r_i}^{r_0} \bar{n}_0(r) dr$$

от радиальной координаты и «жесткого ротатора» (т. е. предположение о том, что пучок вращается как единое целое с постоянной угловой скоростью,  $\omega_b \equiv \bar{v}_\theta(r) / r = \text{const}$ ). В этом случае из представлений (9)–(11) получим следующие явные выражения для собственных электрическо-

го и магнитного полей пучка (сравните с работами [8, 13]):

$$\bar{E}_r^{self}(r) = -\frac{I_0 \gamma_0}{r p_{z0} \ln(r_2 / r_1)} \times \begin{cases} G, & r_1 \leq r < r_i, \\ G - 2 \ln(r_2 / r_1) \frac{r^2 - r_i^2}{r_o^2 - r_i^2}, & r_i \leq r \leq r_o, \\ G - 2 \ln(r_2 / r_1), & r_o < r \leq r_2; \end{cases} \quad (12)$$

$$\bar{B}_\theta^{self}(r) = \frac{\bar{p}_z(r)}{\bar{\gamma}(r)} \bar{E}_r^{self}(r); \quad (13)$$

$$\bar{B}_z^{self}(r) = -\frac{I_0 \bar{p}_\theta(r) \gamma_0}{p_{z0} \bar{\gamma}(r)} \times \begin{cases} \frac{r_o^2 + r_i^2 - 2r_2^2}{r_2^2 - r_1^2}, & r_1 \leq r < r_i, \\ 2 \frac{r^2 - r_i^2}{r_o^2 - r_i^2} + \frac{r_o^2 + r_i^2 - 2r_2^2}{r_2^2 - r_1^2}, & r_i \leq r \leq r_o, \\ \frac{r_o^2 + r_i^2 - 2r_1^2}{r_2^2 - r_1^2}, & r_o < r \leq r_2, \end{cases} \quad (14)$$

где  $I_0 = qn_0 v_{z0} \pi(r_o^2 - r_i^2)$  – ток пучка (для электронов  $I_0 < 0$ ), а геометрия камеры дрейфа учитывается выражением [16]

$$G = 1 + 2 \ln(r_2 / r_o) - \frac{2r_i^2}{r_o^2 - r_i^2} \ln(r_o / r_i).$$

Приведенные выше выражения позволяют существенно упростить моделирование в случае тонкого пучка. Поскольку заметное вращение пучка (наличие релятивистски значимой  $\theta$ -компоненты скорости/импульса) в основном вызвано присутствием внешнего однородного продольного постоянного магнитного поля  $B_0^{ext}$ , то в расчетах приходится учитывать и усредненную по периоду ондулятора  $z$ -компоненту собственной магнитной индукции пучка, задаваемую выражением (14) и отвечающую диамагнитному отклику пучка на наложение продольного магнитного поля (в работах [8, 13] этой составляющей собственной магнитной индукции СРЭП пренебрегалось).

### 3. Приближение огибающих.

**3.1. Уравнения равновесия огибающих границ пучка.** Следуя подходу, предложенному в работе [8], будем считать, что усредненная по периоду ондулятора фокусирующая сила компенсирует дефокусирующую силу со стороны собственных электрического и магнитного полей СРЭП, и учитывать только первую (основную) гармонику ондуляторного магнитостатического поля (см. выражения (4), (5)). Считая, что указанные выше условия выполняются для огибающих границ пучка [17, с. 197], потребуем выполнения соотношений, следующих из (6) и (12)–(14):

$$\begin{aligned} & \frac{(b_\perp^m)^2 C_1^2 F_1^{(1)}(\kappa_w \rho_{i,eq})}{2\kappa_w} \left\{ \frac{F_1^{(1)}(\kappa_w \rho_{i,eq})}{\kappa_w \rho_{i,eq}} \left[ 1 + \frac{i_0(2\rho_{i,eq}^2 - \rho_1^2 - 1)}{(1 - \rho_1^2)\pi_{z0}} \right] - F_1^{(0)}(\kappa_w \rho_{i,eq}) \right\} + \\ & + b_{z0}^{ext} \frac{b_\perp^m C_1 F_1^{(1)}(\kappa_w \rho_{i,eq})}{\kappa_w \sqrt{2}} = -\frac{i_0 G}{\pi_{z0} \rho_{i,eq} \ln \rho_1}, \\ & \frac{(b_\perp^m)^2 C_1^2 F_1^{(1)}(\kappa_w \rho_{o,eq})}{2\kappa_w} \left\{ \frac{F_1^{(1)}(\kappa_w \rho_{o,eq})}{\kappa_w \rho_{o,eq}} \left[ 1 + \frac{i_0(2\rho_{o,eq}^2 - \rho_1^2 - 1)}{(1 - \rho_1^2)\pi_{z0}} \right] - F_1^{(0)}(\kappa_w \rho_{o,eq}) \right\} + \\ & + b_{z0}^{ext} \frac{b_\perp^m C_1 F_1^{(1)}(\kappa_w \rho_{o,eq})}{\kappa_w \sqrt{2}} = -\frac{i_0 [G + 2 \ln \rho_1]}{\pi_{z0} \rho_{o,eq} \ln \rho_1}, \end{aligned} \quad (15)$$

где  $i_0 = I_0 / I_A$  – безразмерный ток пучка ( $I_A = -17,05$  кА для электронов);  $\rho_{i,eq}, \rho_{o,eq}$  – безразмерные равновесные внутренний и внешний радиусы пучка;  $\kappa_w = k_w r_2$ ;  $\pi_{z0} = p_{z0} / (m_q c)$  – безразмерный начальный продольный импульс;  $b_{z0}^{ext} = q r_2 B_{z0}^{ext} / (m_q c^2)$ ,  $b_\perp^m = q r_2 B_\perp^m / (m_q c^2)$  – безразмерные индукция внешнего однородного продольного постоянного магнитного поля и значение продольной компоненты магнитной

индукции на цилиндрических поверхностях постоянных магнитов ондулятора соответственно.

**3.2. Моделирование динамики СРЭП.** Проведем моделирование динамики СРЭП в магнитостатическом поле накачки коаксиального ЛСЭ/МСЭ для двух геометрий камер дрейфа: используемой в Стратклайде [4, 9] с конечным продольным однородным (ведущим) магнитным полем, а также предложенной в работе [13] и изучавшейся в работах [13, 14], когда первоначально не предполагалось наличия ведущего магнитного поля.

Ранее было показано [13, рис. 2], что в отсутствие продольного однородного магнитного поля в достаточно широком диапазоне значений продольной компоненты магнитной индукции на цилиндрических поверхностях постоянных магнитов ондулятора  $B_{\perp}^m$  и тока СРЭП  $I_0$  существуют решения системы (15), соответствующие равновесным значениям внешнего и внутреннего радиусов пучка заряженных частиц в рассматривавшейся геометрии коаксиальной камеры дрейфа.

На рис. 1 приведена зависимость равновесных радиусов СРЭП от величины индукции продольного однородного магнитного поля.

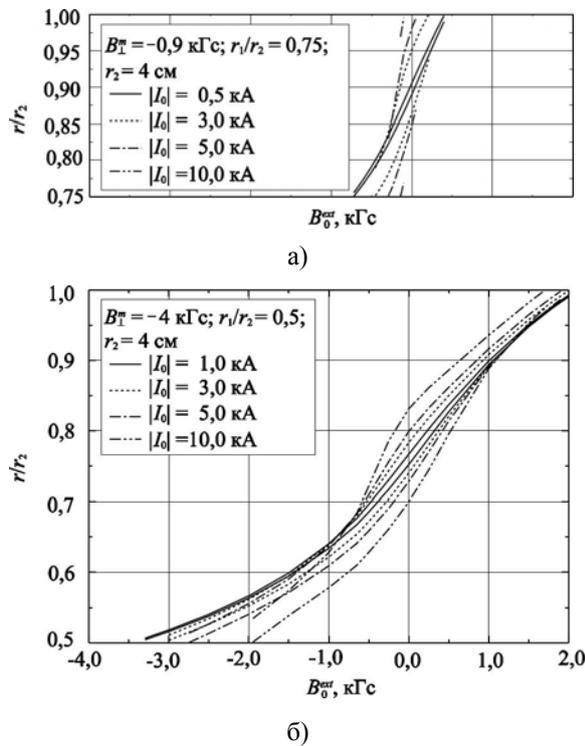


Рис. 1. Зависимость равновесных радиусов СРЭП от величины индукции продольного однородного (ведущего) магнитного поля для различных значений тока инжекции пучка: а) – стратклайдский ЛСЭ/МСЭ [4, 9]; б) – убитрон, рассматриваемый в работах [13, 14]

Видно, что при любых значениях продольного однородного поля с увеличением тока пучка внутренний равновесный радиус уменьшается, а внешний радиус увеличивается. Также можно сделать вывод, что с ростом величины продольного однородного магнитного поля при фиксированном токе пучка толщина пучка уменьшается. Очевидно, что для геометрии коаксиальной камеры и параметров стратклайдского ЛСЭ/МСЭ зона допустимых значений ведущего магнитного поля значительно уже (рис. 1, а).

На рис. 2 представлены зависимости внутреннего и внешнего радиусов пучка от про-

дольной координаты, полученные путем численного решения системы уравнений (6) с начальными условиями (7). Начальные значения радиусов пучка находились из уравнения равновесия (15) – такой выбор начальных условий позволяет обеспечить минимальные осцилляции внешней и внутренней границ пучка [13].

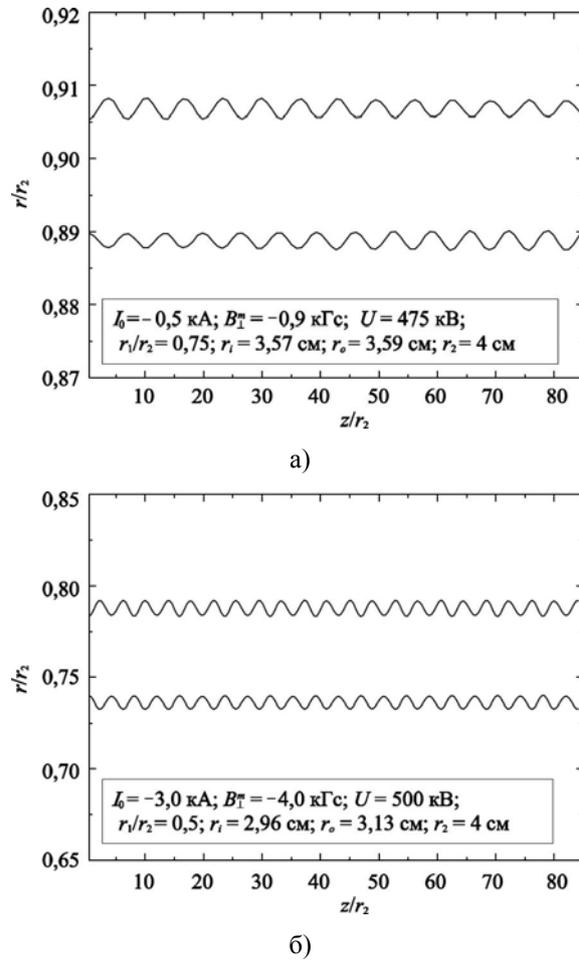


Рис. 2. Зависимости внутреннего и внешнего радиусов пучка от продольной координаты при отсутствии ведущего магнитного поля: а) – стратклайдский ЛСЭ/МСЭ [4, 9]; б) – убитрон, рассматриваемый в работах [13, 14]

На рис. 3 для различных точек инжекции по радиальной координате представлены зависимости радиусов соответствующих слоев СРЭП от продольной координаты  $z$  при отсутствии ведущего магнитного поля, полученные путем численного решения системы уравнений (6) с начальными условиями (7). Видно достаточно быстрое разрушение ламинарности СРЭП [18, с. 205].

На рис. 4 представлены результаты моделирования динамики пучка для различных точек влета по радиальной и продольной координатам при наличии продольного однородного (ведущего) магнитного поля. Видно, что наличие ведущего

магнитного поля существенно увеличивает поперечные осцилляции СРЭП. Выбор начального положения  $z_0$  плоскости инжекции пучка при на-

личии продольного однородного магнитного поля позволяет эффективно регулировать амплитуду поперечных осцилляций СРЭП (рис. 4, б).

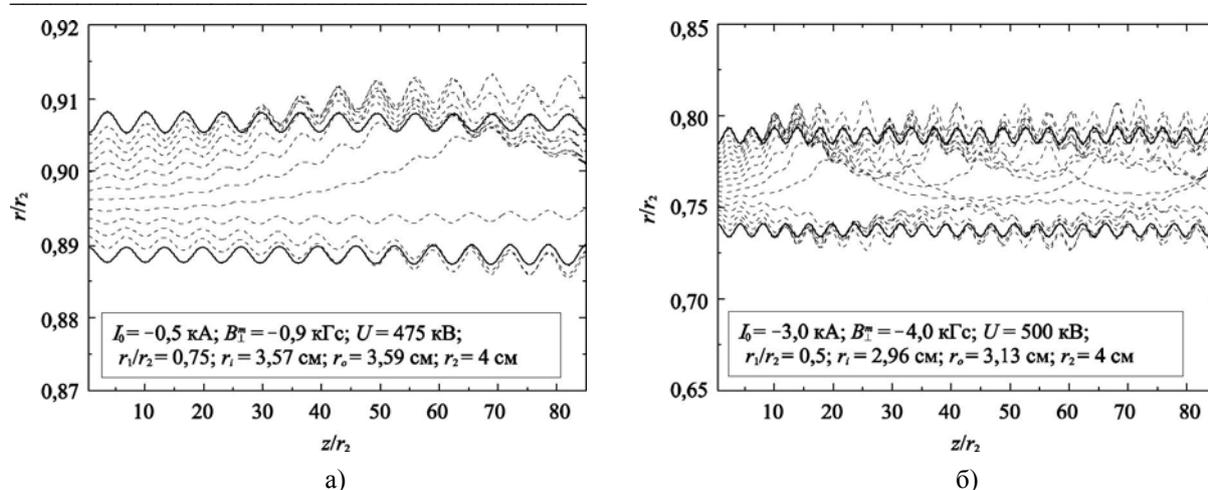


Рис. 3. Зависимости радиусов различных слоев СРЭП от продольной координаты при отсутствии ведущего магнитного поля. Сплошные линии – внутренняя и внешняя (в плоскости инжекции) границы пучка, штриховые – внутренние (в плоскости инжекции) слои пучка

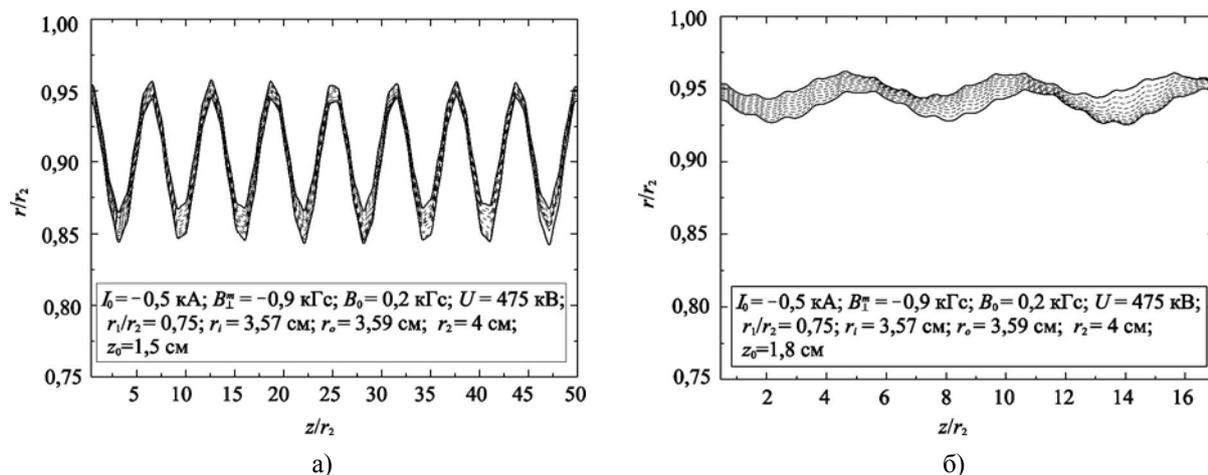


Рис. 4. Зависимости амплитуд поперечных осцилляций СРЭП от продольного положения  $z_0$  плоскости инжекции пучка (убитрон [13]) при наличии продольного однородного (ведущего) магнитного поля. Сплошные линии – внутренняя и внешняя границы пучка, штриховые – внутренние слои пучка

**Выводы.** Таким образом, в приближении непрерывной среды изучено стационарное распространение сильноточного трубчатого электронного пучка в комбинированных конечном продольном однородном (ведущем) и периодическом ондуляторном магнитостатических полях. Без предположения о постоянстве плотности пучка и/или о его вращении типа «жесткого ротатора» получена замкнутая система динамических уравнений, описывающих транспортировку пучка заряженных частиц в коаксиальной камере дрейфа в таких магнитостатических полях. Найдены выражения для усредненных по периоду ондулятора собственных электрических и магнитных полей пучка заряженных частиц в коаксиальной

камере дрейфа с учетом продольной составляющей собственного магнитного поля пучка. На основании численного анализа решений системы уравнений для равновесных радиусов можно сделать вывод, что наличие продольного однородного внешнего поля смещает внутренний и внешний равновесные радиусы пучка и уменьшает его толщину. Показано, что наличие продольного однородного (ведущего) магнитного поля, кроме желательного увеличения поперечной скорости и амплитуды поперечных колебаний пучка, а также улучшения его ламинарности, снижает предельную величину тока, при которой возможна «качественная» транспортировка пучка. Также при расчете систем с протяженными пучками заряженных

частиц, по-видимому, желательнее учитывать зависимость плотности пучка от радиальной координаты и не предполагать отсутствия широтной скорости вращения пучка [15, с. 138], – т. е. разработать процедуру расчетов транспортировки пучков, использующую общие выражения (9)–(11), в которой система (6) становится интегро-дифференциальной.

Т. Ю. Яценко благодарит В. А. Балакирева за плодотворные обсуждения.

Эта работа частично поддержана грантом ГФФИ Украины № Ф53.2/064-2013 в соответствии с «Договором о сотрудничестве между Государственным фондом фундаментальных исследований и Российским фондом фундаментальных исследований».

#### Библиографический список

1. *Smith L. P.* The formation and maintenance of electron and ion beams / L. P. Smith, P. L. Hartman // *J. Appl. Phys.* – 1940. – 11, Iss. 3. – P. 220–229.
2. *Богданкевич Л. С.* Устойчивость релятивистских электронных пучков в плазме и проблема критических токов / Л. С. Богданкевич, А. А. Рухадзе // *Успехи физ. наук.* – 1971. – 103, № 4. – С. 609–640.
3. *Yatsenko T.* Limiting current of axisymmetric relativistic charged-particle beam propagating in strong axial magnetic field in coaxial drift tube / T. Yatsenko, K. Ilyenko, G. V. Sotnikov // *Phys. Plasmas.* – 2012. – 19, N 6. – 063107(2 p.).
4. *High-current oversized annular electron beam formation for high-power microwave research* / I. V. Konoplev, A. W. Cross, P. MacInnes et al. // *Appl. Phys. Lett.* – 2006. – 89, N 17. – 171503(3 p.).
5. *Friedman M.* Comment on “High-current oversized annular electron beam formation for high-power microwave research” / M. Friedman // *Appl. Phys. Lett.* – 2007. – 89, N 17. – 171503(3 p.).
6. *Correa R. A.* Space charge effects of gyrotron electron beams in coaxial cavities / R. A. Correa, J. J. Barroso // *Intern. J. Electron.* – 1993. – 74, N 1. – P. 131–136.
7. *Davis T. J.* Results from an X-band coaxial extended length cavity / T. J. Davis, L. Schachter, J. A. Nation // *IEEE Trans. Plasma Sci.* – 1994. – 22, N 5. – P. 504–510.
8. *Periodic permanent magnet focusing of an annular electron beam and its application to a 250 MW ubitron free-electron maser* / D. B. McDermott, A. J. Balkcum, R. M. Phillips, N. C. Luhmann // *Phys. Plasmas.* – 1995. – 2, N 1. – 4332(6 p.).
9. *Experimental and theoretical studies of a coaxial free-electron maser based on two-dimensional distributed feedback* / I. V. Konoplev, A. W. Cross, A. D. R. Phelps et al. // *Phys. Rev. E.* – 2007. – 76, N 5. – 056406(12 p.).
10. *Reiser M.* Laminar-flow equilibria and limiting currents in magnetically focused relativistic beams / M. Reiser // *Phys. Fluids.* – 1977. – 20, N 3. – P. 477–486.
11. *Genoni T. C.* Limiting currents in shielded source configurations / T. C. Genoni, R. B. Miller // *Phys. Fluids.* – 1981. – 24, N 7. – P. 1397–1398.
12. *Reiser M.* Theory and design of charged particle beams / M. Reiser. – Weinheim: Verlag, 2004. – 607 с.
13. *Теория усиления микроволн в коаксиальном убитроне* / В. А. Балакирев, А. В. Бородкин, Ю. В. Ткач, Т. Ю. Яценко // *Радиотехника и электрон.* – 2007. – 52, № 5. – С. 626–633.
14. *Рамазанов Р. А.* Мощный коаксиальный убитрон СВЧ диапазона: моделирование методом крупных частиц / Р. А. Рамазанов, Г. В. Сотников, Ю. В. Ткач // *Журн. техн. физ.* – 2005. – 75, № 6. – С. 74–80.
15. *Миллер Р.* Введение в физику сильноточных пучков заряженных частиц / Р. Миллер; пер. с англ. под ред. А. А. Коломенского. – М.: Мир, 1984. – 432 с.
16. *Сотников Г. В.* Предельный ток нескомпенсированного электронного пучка, транспортируемого в коаксиальной камере дрейфа / Г. В. Сотников, Т. Ю. Яценко // *Журн. техн. физ.* – 2002. – 72, № 5. – С. 22–25.
17. *Зинченко Н. С.* Курс лекций по электронной оптике / Н. С. Зинченко. – 2-е испр. и доп. изд. – Х.: Изд-во Харьков. гос. ун-та, 1961. – 362 с.
18. *Молоковский С. И.* Интенсивные электронные и ионные пучки / С. И. Молоковский, А. Д. Сушков. – 2-е изд. – Л.: Энергия, 1972. – 271 с.

Рукопись поступила 15.04.2013 г.

К. Ilyenko, T. Yu. Yatsenko, S. A. Kurkin

#### TRANSPORT OF HIGH-CURRENT TUBULAR RELATIVISTIC ELECTRON BEAM IN HYBRID COAXIAL MAGNETIC UNDULATOR

We formulate the closed system of dynamic equations, which describes the transport of high-current charged-particle beam in a coaxial drift-tube in combined longitudinal homogeneous (guide) and periodic undulator magnetostatic fields. The expressions for self-electric and magnetic fields of charged-particle beam averaged over the undulator period are obtained. The longitudinal component of the total self-magnetic field is also taken into account. We show that the guide magnetic field can be used to control the position of high-current charged-particle beam in the transverse cross-section of the coaxial drift-tube. It is also demonstrated that the presence of the guide magnetic field, which is usually considered necessary for an increase in the amplitude of the beam transverse oscillations and required for an enhancement of the output power in a hybrid coaxial free-electron laser/maser, also imposes a restrictive limit on the maximal value of the beam transmitted current.

**Key words:** hybrid FEL/FEM, coaxial undulator, self-electromagnetic field.

К. Ільєнко, Т. Ю. Яценко, С. А. Куркін

#### ТРАНСПОРТУВАННЯ СИЛЬНОСТРУМОВОГО ТРУБЧАТОГО РЕЛЯТИВІСТСЬКОГО ЕЛЕКТРОННОГО ПУЧКА У ГІБРИДНОМУ КОАКСІАЛЬНОМУ МАГНІТНОМУ ОНДУЛЯТОРІ

Сформульовано замкнену систему динамічних рівнянь, що описує транспортування пучка заряджених частинок у коаксіальній камері дрейфу в комбінованих скінченому поздовжньому однорідному (ведучому) та періодичному ондуляторному магнітостатичних полях. Отримано вирази для усереднених за періодом ондулятора власних електричних і магнітних полів пучка заряджених частинок у коаксіальній камері дрейфу з урахуванням поздовжньої складової власного магнітного поля пучка. Продемонстровано, що ведуче магнітне поле може бути використане для контролю положення пучка в поперечному перерізі камери дрейфу. Показано, що присутність ведучого магнітного поля, необхідного для збільшення амплітуди поперечних осциляцій пучка та підвищення вихідної потужності в гібридному коаксіальному лазері/мазері на вільних електронах, одночасно призводить до обмеження граничних транспортуючих струмів.

**Ключові слова:** гібридний ЛВЕ/МВЕ, коаксіальний ондулятор, власне електромагнітне поле.