

УСТОЙЧИВОСТЬ СТАЦИОНАРНОГО СОСТОЯНИЯ СИЛЬНОСВЯЗАННОЙ ПОЛУПРОВОДНИКОВОЙ СВЕРХРЕШЕТКИ, ОПИСЫВАЕМОЙ В РАМКАХ ПОЛУКЛАССИЧЕСКОГО ПОДХОДА

© 2013 г. К. Н. Алексеев¹, А. Г. Баланов^{1, 2}, А. А. Короновский^{2, 3}, В. А. Максименко^{2, 3}, О. И. Москаленко^{2, 3}, А. Е. Храмов^{2, 3}

E-mail: maximenkovl@gmail.com

Проведен анализ устойчивости стационарного состояния полупроводниковой сверхрешетки, описываемой в рамках полуклассического подхода. Показано, что возникновение генерации связано с появлением возмущения, характеризующегося положительным коэффициентом нарастания. Обнаружена связь между частотой возникших колебаний тока и частотой колебаний данного возмущения.

DOI: 10.7868/S036767651312003X

ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время освоение терагерцевого диапазона частот (0.3–10 ТГц) является одной из наиболее важных проблем, стоящих перед современными учеными. Перспективное направление в разработке устройств терагерцевого диапазона связано с использованием полупроводниковых наноструктур с периодической модуляцией зоны проводимости – сверхрешеток.

Подобные структуры были предложены Л. Эсаки и Р. Тсу [1, 2] в 1970 г. в качестве объекта для изучения квантово-механических явлений. Однако открытие возможности реализации блоховских колебаний в полупроводниковой сверхрешетке сделало ее перспективной для создания приборов, работающих в режиме усиления и генерации частот терагерцевого диапазона [3, 4]. Практическая реализация блоховских колебаний, в тоже самое время, оказывается проблематичной, так как приложенная разность потенциалов приводит к развитию неустойчивости и к образованию доменов (областей повышенной концентрации носителей заряда), дрейфующих вдоль сверхрешетки [5, 6]. Неоднородности распределения электрического поля, связанные в том числе с образованием доменов, оказываются губительными для когерентных блоховских колебаний [7, 8], однако частота следования доменов в полупроводниковых сверхрешетках может достигать несколь-

ких десятков гигагерц, и это явление также можно использовать для создания СВЧ-приборов [9]. В данной области исследования направлены на увеличение скорости движения доменов и уменьшение значения напряжения, необходимого для развития неустойчивости. При этом важными задачами являются определение величины критического напряжения и оценка частоты следования доменов заряда в зависимости от параметров полупроводниковой структуры. Подобные оценки можно получить с помощью численного моделирования [10], однако особый интерес представляет их нахождение в рамках аналитической теории.

В настоящей работе проводится анализ устойчивости сильносвязанной полупроводниковой сверхрешетки, основанный на рассмотрении поведения малого возмущения опорного состояния.

ИССЛЕДУЕМАЯ СИСТЕМА

Для описания динамики сильносвязанной полупроводниковой сверхрешетки⁴ традиционно используется полуклассический подход [11]. Он позволяет описать динамику как положения, так и волнового вектора электрона под действием внешних электрического F и магнитного B полей.

Коллективная динамика носителей заряда в полупроводниковой сверхрешетке в рамках полуклассического подхода без учета диффузии может быть описана с помощью самосогласованной системы дифференциальных уравнений, включа-

¹ Loughborough University, United Kingdom.

² Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования Саратовский государственный университет имени Н.Г. Чернышевского.

³ Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования Саратовский государственный технический университет имени Ю.А. Гагарина.

⁴ Отметим, что сильносвязанными называются сверхрешетки, у которых ширина барьера много меньше характерного обратного волнового числа электрона внутри барьера [12]. Подобные структуры функционируют в режиме электронного транспорта через минизоны и могут быть описаны в рамках полуклассического подхода.

ющей уравнение непрерывности (1), описывающее изменение концентрации электронов с течением времени, и уравнение Пуассона (2), описывающее распределение электрического поля вдоль сверхрешетки, которые в безразмерных величинах записываются в виде:

$$\frac{\partial n}{\partial t} = -\beta \frac{\partial}{\partial x} (mv_d(F)), \quad (1)$$

$$\frac{\partial F}{\partial x} = v(n-1). \quad (2)$$

Система уравнений (1)–(2) разрешается относительно безразмерных величин: $n(x, t)$ и $F(x, t)$, где $n(x, t)$ – объемная плотность носителей заряда, $F(x, t)$ – распределение электрического поля, x и t – безразмерные координата и время, $\beta = 0.03074$, $v = 15.769$ играют роль управляющих параметров. Переход к размерным величинам осуществляется через следующие соотношения:

$$x = x'/L', \quad t = t'/\tau', \quad n = n'/n'_D, \\ F = F'/F'_c, \quad F'_c = \hbar/(ed'\tau'), \quad \vartheta'_0 = \delta\Delta'd'/(2\hbar), \quad (3)$$

$$\beta = \vartheta'_0\tau'/L', \quad v = eL'n'_D/(F'_c\varepsilon_r\varepsilon_0),$$

где $d' = 8.3$ нм – период сверхрешетки, $L' = 115.2$ нм – ее длина, $n'_D = 3 \times 10^{22} \text{ м}^{-3}$ – равновесная концентрация электронов, определяемая уровнем легирования, $e > 0$ – заряд электрона, ε_0 и $\varepsilon_r = 12.5$ – электрическая постоянная и относительная диэлектрическая проницаемость материала соответственно. $F'_c = 3.1725 \times 10^5 \text{ В/м}$ – нормировочное значение электрического поля. Параметры $\delta = \left[\tau'_e / (\tau'_e + \tau'_i) \right]^{1/2}$ и $\tau' = \delta\tau'_i$ характеризуют рассеяние электронов в сверхрешетке и зависят от времени упругого τ'_e и неупругого τ'_i рассеяния. В нашем рассмотрении $\tau' = 250$ фс, $\delta = 1/8.5$. Размерные значения параметров соответствуют полупроводниковым сверхрешеткам, использованным ранее в экспериментальных работах [11].

Зависимость дрейфовой скорости электрона $v_d(F)$ от напряженности электрического поля, входящая в уравнение (1), играет важную роль в описанной выше модели. Именно эта зависимость содержит информацию о пространственной структуре (периоде d') и энергетических характеристиках полупроводниковой наноструктуры, внешнем магнитном поле B' и температуре T' . И хотя такие параметры, как ширина минизоны Δ' (в нашем случае $\Delta' = 19.1$ мэВ), вектор маг-

нитной индукции B' и температура T' явным образом не входят в модельные уравнения (1)–(2), описывающие динамику доменов заряда, они оказывают существенное влияние на характер зависимости дрейфовой скорости от напряженности электрического поля $v_d(F)$ и, как следствие, на динамические режимы в полупроводниковой сверхрешетке.

В настоящей работе мы будем рассматривать случай, когда температура T' близка к нулю, а внешнее наклонное магнитное поле отсутствует⁶. В этом случае зависимость $v_d(F)$ может быть получена аналитически [1]:

$$v_d(F) = \frac{F}{1 + F^2}. \quad (4)$$

Полагая, что контакты на эмиттере и коллекторе омические, а плотность тока через эмиттер $J(0, t)$ определяется проводимостью контакта, в соответствии с законом Ома имеем граничное условие

$$J(0, t) = sF(0, t), \quad (5)$$

где $s = \sigma'F'_c/(en'_D\vartheta'_0) = 17.6511$ соответствует безразмерной проводимости эмиттера, $\sigma' = 3788 \text{ См}^{-1}$. Безразмерное значение напряжения $U_{SL} = U'_{SL}/(F'_cL')$, приложенного к сверхрешетке, может быть найдено из условия

$$U_{SL} = \int_0^1 F dx, \quad (6)$$

где интегрирование проводится по длине системы.

АНАЛИЗ УСТОЙЧИВОСТИ

Для проведения анализа устойчивости введем в рассмотрение возмущенное состояние системы $F(x, t) = F_0(x, t) + \tilde{F}(x, t)$, $n(x, t) = n_0(x, t) + \tilde{n}(x, t)$, где $n_0(x, t)$ и $F_0(x, t)$ – стационарные состояния, $F_0(x, t) \gg \tilde{F}(x, t)$, $n_0(x, t) \gg \tilde{n}(x, t)$. При этом эволюция пространственно-распределенных возмущений $\tilde{F}(x, t)$, $\tilde{n}(x, t)$ будет описываться линеаризованными уравнениями математической модели (1)–(2)

$$\frac{\partial \tilde{n}}{\partial t} = -\beta \frac{\partial}{\partial x} ((n_0 + \tilde{n})(v_d(F_0) + v'_d(F_0)F')), \\ \frac{\partial \tilde{F}}{\partial x} = v\tilde{n}. \quad (7)$$

⁶ При необходимости учет влияния температуры и магнитного поля на дрейфовую скорость численно может быть осуществлен с помощью метода, описанного в [14].

⁵ Внешнее наклонное магнитное поле может кардинально менять характер движения электронов; в частности, при определенных условиях электроны в сверхрешетке способны совершать хаотические колебания, возникающие в результате резонанса между циклотронными и блоховскими колебаниями электронов, что, в свою очередь, приводит к значительным изменениям характеристик генерации [11, 13].

Выполняя подстановку $\tilde{n}(x,t) = \tilde{n}(x)e^{\sigma t}$, $\tilde{F}(x,t) = \tilde{F}(x)e^{\sigma t}$, где $\sigma = \lambda - i\omega$, из первого уравнения системы (7) можно получить

$$\upsilon_d(F_0)\frac{d^2\tilde{F}}{dx^2} + \left(\frac{\sigma}{\beta} + \upsilon'_d(F_0)\frac{dF_0}{dx} + \upsilon n_0\upsilon'_d(F_0)\right)\frac{d\tilde{F}}{dx} + \left(\upsilon\frac{dn_0}{dx}\upsilon'_d(F_0) + \upsilon n_0\upsilon'_d(F_0) + \upsilon n_0\upsilon''_d(F_0)\right)\tilde{F} = 0. \quad (8)$$

В данном случае зависимость $\upsilon_d(F_0)$ задается соотношением (4), а выражение, описывающее распределение электрического поля $F_0(x)$ для заданного напряжения U_{SL} , может быть найдено из уравнений (1)–(2) при условии $\partial n/\partial t = 0$. Таким образом, решение уравнения (8) представляет собой набор пространственно-распределенных возмущений электрического поля $\tilde{F}(x)$, характеризующихся коэффициентом нарастания/затухания λ и частотой ω . Отметим, что падения напряжения на сверхрешетке поддерживается постоянным, следовательно, в системе могут существовать только возмущения электрического поля, для которых выполняется условие

$$\tilde{U}_{SL} = \int_0^1 \tilde{F}(x)dx = 0. \quad (9)$$

Как было упомянуто выше, прикладываемое к сверхрешетке напряжение приводит к развитию неустойчивости и образованию дрейфующих доменов заряда. В момент, когда стационарное состояние становится неустойчивым, в системе появляется возмущение, характеризующееся положительным коэффициентом нарастания λ . Следовательно, непосредственно в момент бифуркации для данного возмущения выполняется условие $\lambda = 0$. В этом случае в уравнении (8) $\text{Re}(\sigma) = 0$, и его решение при заданном U_{SL} представляет собой набор возмущений, характеризующихся различными частотами $\omega = \text{Im}(\sigma)$. Введенное граничное условие (9) позволяет из полученного набора выбрать возмущения, реализующиеся в сверхрешетке при данном значении управляющего параметра U_{SL} . На рис. 1 показаны значения интеграла (9) для возмущений с нулевым инкрементом нарастания и различными частотами ω . При этом сплошной линией показан случай, когда напряжение на сверхрешетке соответствует критическому $U_{SL}^* = 1.25$. Штриховой и штрихпунктирной линиями показаны случаи, когда значение напряжения оказывается меньше ($U_{SL} = 1.14$) и больше ($U_{SL} = 1.55$) порогового соответственно. Видно, что в момент начала развития неустойчивости в системе существует возмущение, для которого выполняется

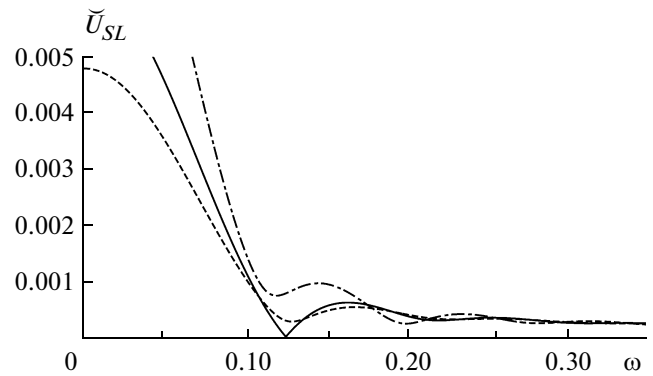


Рис. 1. Зависимость $\tilde{U}_{SL}(\omega)$ для случаев, когда напряжение на сверхрешетке меньше критического (штриховая линия, $U_{SL} = 1.14$), соответствует критическому (сплошная линия, $U_{SL}^* = 1.25$) и больше критического (штрихпунктирная линия, $U_{SL} = 1.55$)

условие (9). Частота колебаний данного возмущения $\omega = 0.0125$.

Результаты численного моделирования уравнений (1)–(2) показывают, что генерация колебаний тока в сверхрешетке наступает при значении напряжения $U_{SL}^* \sim 1.25$, что согласуется с результатами, полученными в рамках аналитической теории. Следует отметить, что частота колебаний тока, текущего через сверхрешетку, оказывается равной частоте колебаний рассмотренного возмущения.

Приведенный выше анализ позволяет также найти величину инкремента нарастания и частоту колебаний возмущения при любом заданном значении приложенного напряжения. На рис. 2 приведены подобные зависимости для возмущения, найденного выше. Из рис. 2а видно, что с увеличением напряжения на сверхрешетке величина инкремента нарастания возмущения достигает максимума, а затем уменьшается до нуля при значении $U_{SL}^{**} \sim 9.00$. Результаты численного моделирования в данном случае свидетельствуют о прекращении генерации в системе. На рис. 2б показаны зависимости от приложенного напряжения частоты колебаний рассматриваемого возмущения (сплошная линия) и частоты генерируемых колебаний тока (точки). Видно, что частота возникающих колебаний остается близкой к частоте колебаний возмущения в широком диапазоне значений U_{SL} . Таким образом, предложенный выше подход позволяет, основываясь на рассмотрении динамики возмущения опорного состояния, найти значение напряжения, необходимого для развития генерации, а также оценить частоту колебаний тока в полупроводниковой сверхрешетке.

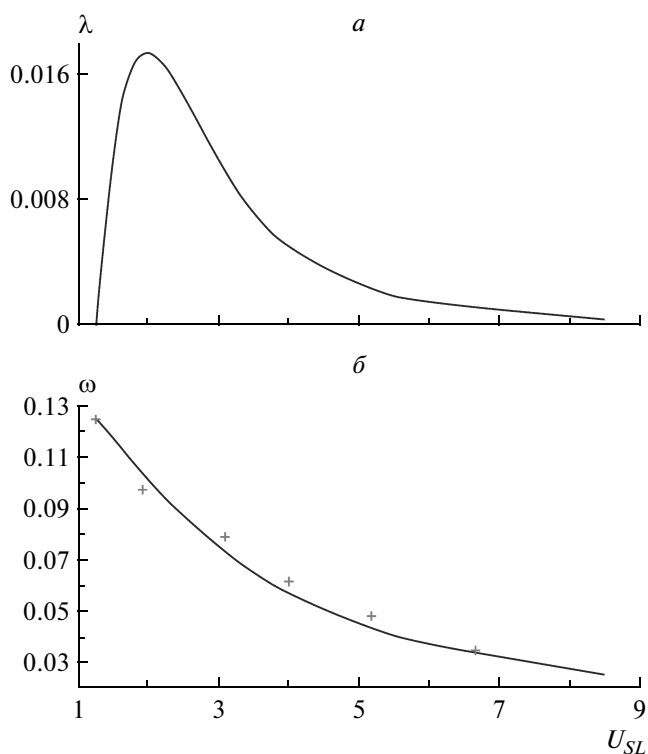


Рис. 2. Зависимости инкремента нарастания (а) и частоты колебаний (б) возмущения от приложенного напряжения. Точками на рисунке (б) показаны значения частоты колебаний тока, текущего через сверхрешетку, рассчитанные численно.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Рассмотрен вопрос об устойчивости стационарного состояния сильносвязанной полупроводниковой сверхрешетки, описываемой в рамках полуклассического подхода. Вводя в рассмотрение малые возмущения опорного состояния, показали, что развитие неустойчивости связано с появлением возмущения, характеризующегося положительным коэффициентом нарастания. Найдено значение напряжения, при котором в системе появляется такое возмущение и, следовательно, возникает генерация. При этом установлено, что частота возникших колебаний тока оказывается равной частоте колебаний рассматриваемого возмущения. Предложенный в работе подход был применен для исследования зависимости частоты колебаний и коэффици-

ента нарастания полученного возмущения в случае, когда приложенное напряжение превышает критическое значение. Было обнаружено, что коэффициент нарастания достигает максимума при увеличении напряжения и затем снова становится равным нулю. Численное интегрирование динамики системы при данном значении управляющего параметра показало, что генерация в системе в этом случае прекращается. Более того, результаты численного интегрирования свидетельствуют о том, что частота колебаний тока в сверхрешетке во всей зоне генерации остается близкой к частоте колебаний рассмотренного возмущения.

Работа выполнена при поддержке Министерства образования и науки РФ (14.В37.21.0059, 14.В37.21.1207), РФФИ (грант № 12-02-33071), Президентской программы поддержки молодых ученых – кандидатов (МК-672.2012.2), докторов (МД-345.2013.2) наук, а также научных школ РФ (НШ-1430.2012.2),

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Esaki L., Tsu R.* // IBM J. Res. Dev. 1970. V. 14. № 1. P. 61.
2. *Tsu R.* Superlattices to nanoelectronics. Amsterdam: Elsevier Sci. 2005.
3. *Greenaway M.T.* // Phys. Rev. B. 2009. V. 80. 205318.
4. *Timo Hyart et. al.* // Phys. Rev. Lett. 2010. V. 103. 117401.
5. *Ridley B.K.* // Proc. Phys. Soc. London. 1963. V. 82. P. 954.
6. *Ignatov A.A., Shashkin V.I.* // Sov. Phys. JETP. 1987. V. 66. P. 52.
7. *Büttiker M., Thomas H.* // Phys. Rev. Lett. 1977. V. 38. P. 78.
8. *Schomburg E. et al.* // Phys. Rev. B. 1998. V. 58. P. 4035.
9. *Schomburg E. et al.* // Appl. Phys. Lett. 1999. V. 74. № 15. P. 2179.
10. *Wacker A.* // Phys. Rep. 2002. V. 357. P. 1.
11. *Fromhold T.M. et. al.* // Nature. 2004. V. 428. P. 726.
12. *Басс Ф.Г., Булгаков А.А., Тетервов А.П.* Высокочастотные свойства полупроводников со сверхрешетками. М.: Наука, 1989.
13. *Fromhold T.M. et. al.* // Phys. Rev. Lett. 2001. V. 87. 046803.
14. *Баланов А.Г. и др.* // Изв. вузов. Прикладная нелинейная динамика. 2010. Т. 18. №. 3. С. 128.