

УДК 530.182:621.385.6

## ПЕРЕХОД К ХАОСУ И ХАОТИЧЕСКАЯ ГЕНЕРАЦИЯ В ПОЛУПРОВОДНИКОВОЙ СВЕРХРЕШЕТКЕ ВО ВНЕШНЕЙ РЕЗОНАНСНОЙ СИСТЕМЕ

© 2014 г. В. В. Макаров<sup>1,3</sup>, А. Е. Храмов<sup>1,3</sup>, А. А. Короновский<sup>1,3</sup>, О. И. Москаленко<sup>1,3</sup>,  
В. А. Максименко<sup>1,3</sup>, К. Н. Алексеев<sup>2</sup>, А. Г. Баланов<sup>2,3</sup>

E-mail: vladmak404@gmail.com

Исследован переход к хаосу в полупроводниковой сверхрешетке, помещенной во внешнюю добротную резонансную систему. Показано, что переход к хаосу происходит по сценарию перемежаемости. Обнаружено, что в системе реализуются режимы широкополосной генерации, что представляет непосредственный интерес для практического использования наноструктуры в системах передачи информации.

DOI: 10.7868/S0367676514120205

### ВВЕДЕНИЕ

Полупроводниковые сверхрешетки — наноструктуры, состоящие из нескольких (обычно несколько десятков или более) чередующихся полупроводниковых материалов с различной шириной запрещенной зоны. Впервые они были предложены в работах Л. Эсаки и Р. Тсу [1, 2] и независимо в работе [3] как одномерные структуры для изучения различных квантовых эффектов, связанных с резонансным туннелированием и блоховскими колебаниями. После публикации этих оригинальных работ были предложены и экспериментально реализованы различные типы полупроводниковых сверхрешеток с различными электромагнитными свойствами. В настоящее время полупроводниковые сверхрешетки — это удобные объекты как для изучения и понимания процессов физики твердого тела [2, 4], так и для исследования различных нелинейных явлений [5–9]. Кроме того, блоховские колебания и доменный транспорт, реализующийся в сильносвязанном типе сверхрешеток, а также ассоциирующиеся с ними нелинейные процессы [10] делают сверхрешетку перспективным элементом для генерации, усиления и детектирования высокочастотных (с частотой до нескольких десятков терагерц) сигналов [11].

В контексте использования полупроводниковых сверхрешеток в высокочастотной электрони-

ке важна задача изучения взаимодействия сверхрешетки с внешними электродинамическими системами, с которыми может быть связана наноструктура. Такая постановка задачи может быть рассмотрена в двух аспектах. Во-первых, на высоких частотах невозможно избавиться от паразитных емкостей и индуктивностей элементов подключения сверхрешетки (провода, контакты и т.п.), которые образуют паразитные резонансные контуры, воздействующие на сверхрешетку, поэтому при изучении режимов генерации сверхрешетки необходимо учитывать влияние такого внешнего “паразитного” резонансного контура. Во-вторых, хорошо известно, что внешние электродинамические системы часто являются эффективным способом управления сложными нелинейными колебательными процессами в диапазоне сверхвысоких частот, в частности, введение дополнительных резонансных систем может приводить к возбуждению хаотических колебаний в генераторах (например, в резонансной ЛОВ [12]).

Ранее нами было показано, что подключение внешней добротной резонансной системы способствует возникновению хаотических и квазипериодических режимов колебаний в полупроводниковой сверхрешетке [13–15], что представляет большой интерес для систем скрытой передачи информации и супербыстрых генераторов случайных чисел. С точки зрения как нелинейной динамики, так и приложений в системах скрытой передачи информации, представляет интерес изучение механизма перехода к хаосу в данной системе.

В настоящей работе детально исследован переход к хаосу в полупроводниковой сверхрешетке, помещенной во внешнюю резонансную систему. Показано, что переход к хаосу происходит по сценарию перемежаемости. Также обнаружено, что в

<sup>1</sup> Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования Саратовский государственный технический университет имени Ю.А. Гагарина.

<sup>2</sup> Department of Physics, Loughborough University, United Kingdom.

<sup>3</sup> Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования “Саратовский государственный университет имени Н.Г. Чернышевского”.

системе реализуется широкополосная хаотическая генерация, что представляет непосредственный интерес для использования сверхрешетки как генератора в системах передачи информации.

### ИССЛЕДУЕМАЯ СИСТЕМА И ЧИСЛЕННАЯ МОДЕЛЬ

Для описания коллективной динамики заряда в полупроводниковой сверхрешетке использована стандартная модель, основанная на самосогласованной системе уравнений Пуассона и непрерывности, которые интегрировались численно. Параметры анализируемой сверхрешетки были выбраны аналогично сверхрешеткам, описанным в работах [6, 9], где предполагалось, что проводящий участок минизоны разбит на  $N = 480$  слоев, ширина которых достаточно мала:  $\Delta x = L/N = 0.24$  нм.

Изменение плотности заряда в каждом слое  $n_m$  (правая граница которого  $x = m\Delta x$ ) задается дискретным аналогом уравнения непрерывности тока

$$e\Delta x \frac{dn_m}{dt} = J_{m-1} - J_m, \quad m = 1, \dots, N, \quad (1)$$

где  $e$  – заряд электрона,  $J_{m-1}$  и  $J_m$  – плотность тока на левой и правой границах слоя  $m$ . Плотность тока определена как

$$J_m = en_m v_d(\bar{F}_m), \quad (2)$$

где  $\bar{F}_m$  – среднее электрическое поле в слое  $m$ , скорость дрейфа  $v_d(\bar{F}_m)$  определялась соотношением

$$v_d = \frac{d\Delta}{2\hbar} \frac{\tau\omega_B}{(1 + \tau^2\omega_B^2)}, \quad (3)$$

где  $\hbar$  – постоянная Планка,  $\tau$  – скорость рассеивания электронов,  $\omega_B = eFd/\hbar$  – угловая частота блоховских колебаний электронов (более подробно см. [1, 8]).

Электрическое поле  $F_m$  на границе слоя  $m$  может быть определено из уравнения Пуассона, которое в дискретном виде выглядит как

$$F_{m-1} = \frac{e\Delta x}{\epsilon_0\epsilon_r} (n_m - n_D) + F_m, \quad m = 1, \dots, N, \quad (4)$$

$n_D = 3 \cdot 10^{22} \text{ м}^{-3}$  – плотность легирования в слоях сверхрешетки.

Для определения тока использованы омические граничные условия,  $J_0 = \sigma F_0$ , в сильно легированном эмиттере с электрической проводимостью  $\sigma = 3788 \text{ Ом}^{-1}$ . Напряжение  $V_{sl}$ , приложенное к устройству, определяется выражением

$$V_{sl} = U + \frac{\Delta x}{2} \sum_{m=1}^N (F_m + F_{m+1}), \quad (5)$$

где  $U$  – падение напряжения на контактах с учетом эффекта формирования слоев повышенной концентрации заряда вблизи эмиттера и пониженной концентрации зарядов вблизи коллектора сверхрешетки [6]. Зная плотность тока в каждом слое, можно вычислить суммарный ток, протекающий через сверхрешетку [10]

$$I(t) = \frac{A}{N+1} \sum_{m=0}^N J_m, \quad (6)$$

где  $A = 5 \cdot 10^{-22} \text{ м}^2$  – поперечное сечение сверхрешетки. Заметим, что в численном моделировании предполагается нахождение сверхрешетки при низкой температуре, когда диффузионной составляющей плотности тока можно пренебречь.

Для моделирования внешнего резонансного контура воспользуемся одномодовым приближением, резонатор описывался эквивалентной схемой, уравнения Кирхгофа для которой имеют вид

$$C \frac{dV_1}{dt} = I(V_{sl}) - I_1, \quad (7)$$

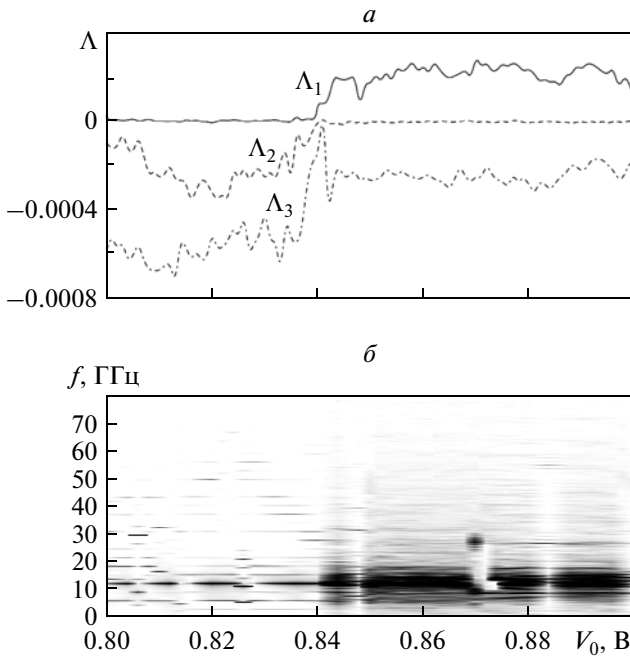
$$L \frac{dI_1}{dt} = V_{sl} - V_0 - R_1 I_1 + I(V_{sl}) R_l, \quad (8)$$

где  $I(V_{sl})$  – ток, генерируемый сверхрешеткой. Резонатор характеризуется частотой  $f_Q$ , и добротностью  $Q$ .

### ДИНАМИКА СИСТЕМЫ

Для исследования нелинейной динамики системы были рассчитаны три старших показателя Ляпунова. Их зависимости от напряжения питания приведены на рис. 1а. Хорошо видно, что до  $\approx 840$  мВ наблюдается периодический режим: первый показатель Ляпунова равен нулю, второй и третий показатели отрицательны. При увеличении напряжения до 840 мВ значения второго и третьего показателей начинают резко возрастать и становятся равными нулю в точке бифуркации. При этом первый показатель начинает принимать положительные значения. При дальнейшем увеличении напряжения значения третьего показателя Ляпунова становятся отрицательным. Данное поведение показателей Ляпунова свидетельствует о реализации хаотической динамики при напряжении выше 840 мВ.

Для иллюстрации этого режима на рис. 1б показано изменение спектра колебаний напряжения в системе в зависимости от напряжения питания. До перехода к хаосу в спектре наблюдается только основная частота и отдельные гармоники. В точке бифуркации спектр резко расширяется, основная гармоника становится сильно зашумленной. Очевидно, данный режим интересен для практического использования полупроводнико-

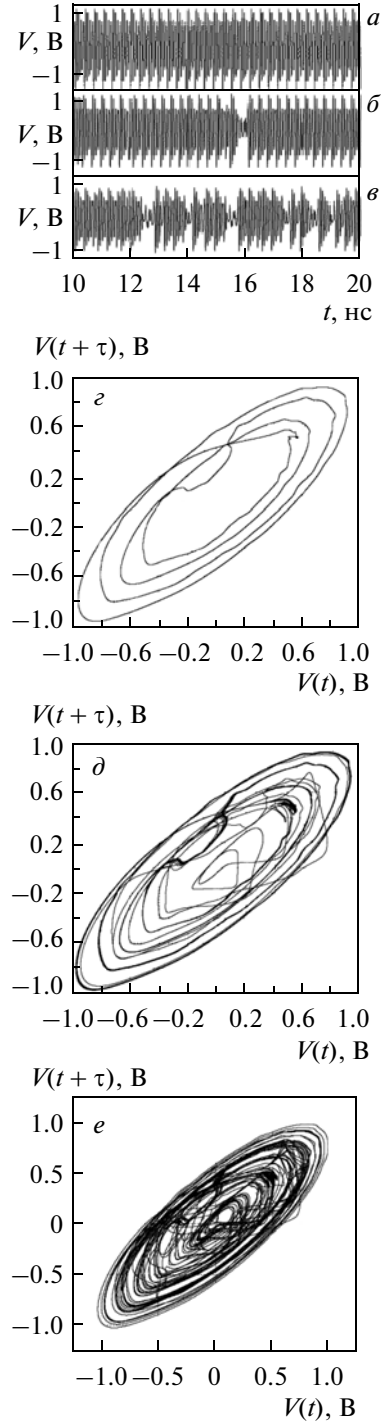


**Рис. 1.** Зависимости трех старших показателей Ляпунова от напряжения питания сверхрешетки (а). Спектральный состав колебаний напряжения в резонаторе при изменении напряжения питания (б). Частота внешнего резонатора  $f_Q = 13.81$  ГГц, добротность  $Q = 150$ .

вой сверхрешетки во внешней резонансной системе в качестве генератора широкополосного сигнала.

Рассмотрим изменение динамики системы в области перехода к хаосу. На рис. 2 приведены временные реализации (а–в) и фазовые портреты (з–е) колебаний напряжения на сверхрешетке в резонаторе при увеличении напряжения питания системы. Хорошо видно, что при напряжении 844 мВ в системе реализуется сложнопериодический режим: на реализации (а) наблюдаются только регулярные колебания, фазовый портрет (з) представляет из себя предельный цикл периода четыре.

При увеличении напряжения ( $V_0 = 846.6$  мВ) на временной реализации (б) появляется короткая турбулентная фаза, которая также хорошо видна на фазовом портрете (д). При дальнейшем увеличении напряжения питания ( $V_0 = 848$  мВ) количество турбулентных фаз на временной реализации (в) резко возрастает, фазовый портрет (е) начинает иметь вид хаотического аттрактора. Обратим внимание, что данный режим характеризуется хаотическим широкополосным спектром излучения (рис. 1б), что представляет большой интерес для прикладного использования в системах передачи информации.



**Рис. 2.** Временные реализации (а–в) и фазовые портреты (з–е) колебаний напряжения в резонаторе при увеличении напряжения питания: (а, з)  $V_0 = 844$  мВ, (б, д)  $V_0 = 846.6$  мВ, (в, е)  $V_0 = 848$  мВ. Частота внешнего резонатора  $f_Q = 13.81$  ГГц, добротность  $Q = 150$ .

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Изучены хаотическая динамика и переход к хаосу полупроводниковой сверхрешетки во внешнем добротном резонаторе. Были рассчитаны три

старших показателя Ляпунова в зависимости от напряжения питания полупроводниковой сверхрешетки. Показано, что переход к хаотической динамике происходит по сценарию перемежаемости. Кроме того, перемежающееся поведение приводит к существенному расширению спектра, что представляет интерес как для фундаментального исследования полупроводниковых наноструктур, так и для практического применения сверхрешеток для генерации СВЧ- и ТГц-колебаний и их использования в системах скрытой передачи информации.

Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда (проект № 14-12-00222). Максименко В.А. также выражает благодарность за индивидуальную стипендию Фонду “Династия”.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Esaki L., Tsu R.* // IBM J. Res. Devel. 1970. V. 14. № 1. P. 61.
2. *Tsu R.* Superlattices to nanoelectronics. Amsterdam: Elsevier, 2005.
3. *Greenaway M.T. et al.* // Phys. Rev. B. 2009. V. 80. 205318.
4. *Hyart T. et al.* // Phys. Rev. Lett. 2010. V. 103. P. 117401.
5. *Bonilla L.L., Grahn H.T.* // Rep. Prog. Phys. 2005 V. 68. P. 577.
6. *Fromhold T.M., Patane A., Bujkiewicz S. et al.* // Nature. 2004. V. 428. P. 726.
7. *Koronovskii A.A. et al.* // Phys. Rev. B. 2013. V. 88. P. 165304.
8. *Selskii A. O. et al.* // Phys. Rev. B. 2011. V. 84. 235311.
9. *Koronovskii A.A., Maksimenko V.A., Moskalenko O.I. et al.* // Phys. wave phenomena. 2013. V. 21. № 1. P. 48.
10. *Wacker A.* // Phys. Rep. 2002. V. 357. № 1. P. 121.
11. *Waschke C., Roskos H.G., Schwedler R. et al.* // Phys. Rev. Lett. 1993. V. 70. P. 3319.
12. *Hramov A.E., Koronovskii A.A., Maksimenko V.A. et al.* // Phys. Plasmas. 2012. V. 19. № 8. 082302.
13. *Hramov A.E., Makarov V.V., Koronovskii A.A. et al.* // Phys. Rev. Lett. 2014. V. 112. 116603.
14. *Макаров В.В., Куркин С.А., Короновский А.А., Алексеев К.Н., Храмов А.Е., Баланов А.Г.* // Изв. РАН. Сер. физ. 2013. Т. 77. № 12. С. 1743; *Макаров В.В., Куркин С.А., Короновский А.А., Алексеев К.Н., Храмов А.Е., Баланов А.Г.* // Bull. Russ. Acad. Sci.: Physics. 2013. V. 77. № 12. P. 1436.
15. *Макаров В.В.* // Изв. вузов. Прикладная нелинейная динамика. 2012. Т. 20. № 1. С. 75.