



УДК 519.179.2

## МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ СЕТЕЙ ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ

*Е. Н. Пицук, М. В. Горемыко, В. В. Макаров, А. Е. Храмов*

Саратовский государственный технический университет им. Гагарина Ю.А.

Россия, 410054 Саратов, ул. Политехническая, 77

E-mail: pitsikelena@gmail.com, gormv67@sstu.ru,

vladmak404@gmail.com, hramovae@gmail.com

*Поступила в редакцию 2.09.2017, после доработки 28.10.2017*

Описание реально существующих систем взаимодействующих элементов с помощью сетевой модели является эффективным методом их изучения как в макро-, так и в микроскопических масштабах. Наличие схожих свойств в реальных системах, принципиально различающихся по своей природе, обеспечило широкое распространение предлагаемой в данной статье модели в различных областях науки для получения новых фундаментальных знаний о функционировании сетевых структур.

По этой причине предметом данной статьи является моделирование мультиплексной сети, построенной на основе реальных данных о сотрудничестве в мировом музыкальном сообществе. Изменения характеристик в предлагаемой модели отражают структурные и динамические свойства реальных сетей, такие как безмасштабная структура связей и тенденция узлов сети к объединению в кластеры.

Результаты, полученные для мультиплексной сети, говорят о том, что при объединении изолированных сетей их топологии претерпевают заметные изменения. В частности, были выявлены существенные изменения в значениях центральностей узлов, а также в формировании сообществ (кластеров) внутри сети. Помимо этого, были выявлены зависимости характеристик друг от друга и динамика этих зависимостей в процессе объединения изолированных сетей в общую сеть.

Полученные результаты подтверждают эффективность использования модели мультиплексной сети для изучения структурно-динамических процессов во многих реальных системах.

*Ключевые слова:* сеть со сложной топологией, многослойная сеть, математическое моделирование, социальная система.

DOI: 10.18500/0869-6632-2018-26-1-21-32

*Образец цитирования:* Пицук Е.Н., Горемыко М.В., Макаров В.В., Храмов А.Е. Математическое моделирование сетей профессионального взаимодействия // Известия вузов. Прикладная нелинейная динамика. 2018. Т. 26, № 1. С. 21–32. DOI: 10.18500/0869-6632-2018-26-1-21-32

## MATHEMATICAL MODELLING OF THE NETWORK OF PROFESSIONAL INTERACTIONS

*E. N. Pitsik, M. V. Goremyko, V. V. Makarov, A. E. Hramov*

Yuri Gagarin State Technical University of Saratov  
77, Politechnicheskaya street, Saratov 410054, Russia  
E-mail: pitsikelena@gmail.com, gormv67@sstu.ru,  
vladmak404@gmail.com, hramovae@gmail.com

*Received 2.09.2017, revised 28.10.2017*

Description of real-world systems of interacting units by the means of network model is an effective method of research both in macro- and microscale. In addition, using the simple one-layer networks with one type of connections between the nodes when describing real-world networks is inefficiently because of their complex structural and dynamical nature. Besides, presence of similar features in real networks that are fundamentally different by their nature provided a wide spread of proposed model in many fields of science for the acquisition of new fundamental knowledge about functioning of the real network structures. For this reason the object of this article is modelling of multiplex network build on the basis of real data about professional interactions in world-wide musical community. The changes in characteristics in in proposed model reflects structural and dynamical features of real network, such as scale-free connection structure and clusters formation. Results obtained for multiplex network shows that after uniting the isolated systems their topologies undergo noticeable changes. In particular, significant changes in centrality values and in cluster formation inside the network were obtained. Besides, the correlations between the characteristics and dynamics of these correlations in process of uniting the isolated systems in general network. Obtained results confirm the effectiveness of multiplex network model for studying structural and dynamical processes of many real systems.

*Key words:* complex network, multiplex network, mathematical modelling, social system.

DOI: 10.18500/0869-6632-2018-26-1-21-32

*References:* Pitsik E.N., Goremyko M.V., Makarov V.V., Hramov A.E. Mathematical modelling of the network of professional interactions. *Izvestiya VUZ, Applied Nonlinear Dynamics*, 2018, vol. 26, iss. 1, pp. 21–32. DOI: 10.18500/0869-6632-2018-26-1-21-32

### Введение

Многие явления, характеризующиеся взаимодействием между большим числом элементов, связанных друг с другом какими-либо отношениями, можно описать с помощью моделей сетевых структур. Существует неограниченное число таких систем в макро- и микроскопических масштабах: нейронные сети мозга [1–3], сложные биологические системы как в отдельных клетках, так и во всём организме [4, 5], транспортные сети [6, 7], сети беспроводной мобильной связи [8], социальные сети [9], системы цитирования научных статей [10–12], компьютерные сети [13] и т.д. Отдельного внимания заслуживает тот факт, что несмотря на глобальные различия многие реальные сетевые структуры обладают некоторыми общими фундаментальными свойствами, такими как свободно масштабируемая структура связей между элементами в сети и тенденция узлов к объединению в кластеры (сообщества) [14, 15]. Первое свойство означает, что в сети существуют узлы, чья степень (число связей) значительно превосходит степени других узлов – так называемые, хабы или концентраторы – и объясняется наблюдаемым в реальных системах эффектом аддитивности, то есть свойством узлов с большой степенью притягивать больше связей,

чем узлы с меньшей степенью. Второе свойство связано с протеканием влияющих на структуру сети динамических процессов, а также принципом гомеостазиса [16], известным в теории социальных систем как число Данбара, то есть ограничение на количество постоянных социальных связей, которые каждый индивидuum может поддерживать [17–19]. Эти процессы приводят к объединению участников социальных систем по различным общим признакам, что приводит к возникновению в сети кластерных структур (или сообществ), внутри которых узлы связаны друг с другом плотнее, чем с узлами в других кластерах (сообществах).

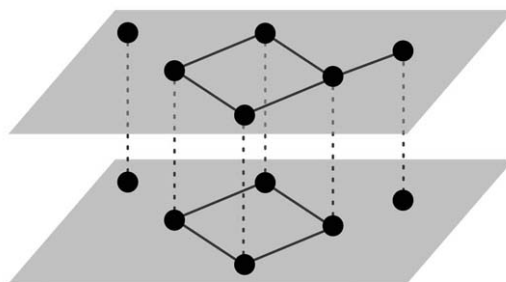


Рис. 1. Схематическое изображение структуры двухслойной мультиплексной сети

Fig. 1. Schematic illustration of two-layer multiplex network structure

Природа реальных систем такова, что их описание с помощью традиционных однослойных сетей, в которых узлы соединены друг с другом через одинаковые типы связей, зачастую не способно учесть все аспекты взаимодействия между элементами [20]. Примером таких связей могут служить различные типы взаимоотношения между участниками социальной сети, такие как дружеские отношения, профессиональное сотрудничество и т.д. Если моделировать такие процессы как распространение слухов [21–24] или эпидемического заболевания [25], рассматривая социальную систему как традиционную однослойную сеть, то полученные результаты будут резко отличаться от реальной картины. По этой причине среди исследователей при описании реальных систем все чаще используется модель мультиплексной сети, которая подразумевает возможность взаимодействия между элементами сети на разных уровнях. Каждый такой уровень может рассматриваться как отдельный слой мультиплексной сети, который имеет идентичный набор узлов, но свою уникальную структуру. При этом каждый узел имеет не только связи внутри своего слоя, но и связь со своим «прообразом» на других слоях. Схематическое изображение такой сети представлено на рис. 1.

В данной работе моделируется сложная социальная сеть, основанная на статистических данных о профессиональной деятельности музыкантов. Анализ характеристик такой сети позволяет выделить степень влияния различных типов профессионального взаимодействия на характеристики социальной системы, которые имеют принципиальное значение для изучения механизмов распространения различных процессов в обществе и понимания закономерностей протекания этих процессов – распространение болезней, формирование общественного мнения, формирование сообществ и т.д. Таким образом обеспечивается понимание структурных и динамических особенностей реально существующих систем.

### Исследуемые данные

В качестве частного примера социального взаимодействия было выбрано мировое сообщество музыкантов. Статистические данные для исследования были получены из Allmusic.com [26] – музыкальной базы данных, обладающей крупнейшим

музыкальным архивом, которая содержит информацию о жанрах музыки, музыкантах и исполнителях. Полученные данные содержат два набора параметров. Первый отражает жанровую принадлежность исполнителей, в которой два элемента связаны друг с другом, если соответствующие им исполнители играли в одном музыкальном жанре. Второй набор данных является списком профессиональных связей между индивидуумами, если таковые имелись, а именно, связь между узлами существует, если исполнители работали совместно над одним или более музыкальными альбомами. Исходный набор данных о жанровой принадлежности артистов содержал 32377 узла и 117621 связь, о сотрудничестве между ними – 34724 узла и 123082 связи. Дальнейшая обработка данных предполагает выделение главной компоненты сети, то есть наибольшего множества связанных между собой узлов [27]. Стоит учитывать, что каждый конкретный узел может принадлежать к главной компоненте (1) обоих слоев, (2) одного из слоев или же (3) не принадлежать ни к одной из них (см. рис. 1). В данном исследовании нас интересуют только узлы, принадлежащие как к (1), так и (2) группам. Удалив из наборов другие узлы, мы выделили главную связанную компоненту сети, размер которой составил  $N = 8279$  узлов в каждом слое и с которой проводилась дальнейшая работа. Такой подход является типичным при исследовании реальных сетевых структур, в том числе и социальных. Он позволяет избежать искажений характеристик исследуемой системы, вносимых большим количеством узлов, не имеющих связей, не теряя при этом информации об основных наблюдаемых и исследуемых тенденциях.

### Математическая модель

Для исследования сформирована модель многослойной сети, первый слой которой построен на основе данных о жанровой принадлежности музыкантов (далее  $G$  – genre), второй слой отражает сотрудничество между ними (далее  $C$  – collaboration). Приведенные распределения степеней узлов сети (на рис. 2 показаны точками) свидетельствуют о том, что ее структура обладает свойством свободного масштабирования: зависимости могут быть аппроксимированы степенным законом  $P(D) = D^{-\gamma}$ , где  $D$  – степень узла,  $\gamma \approx 2.4$  (аппроксимация показана на рис. 2 линиями). Таким

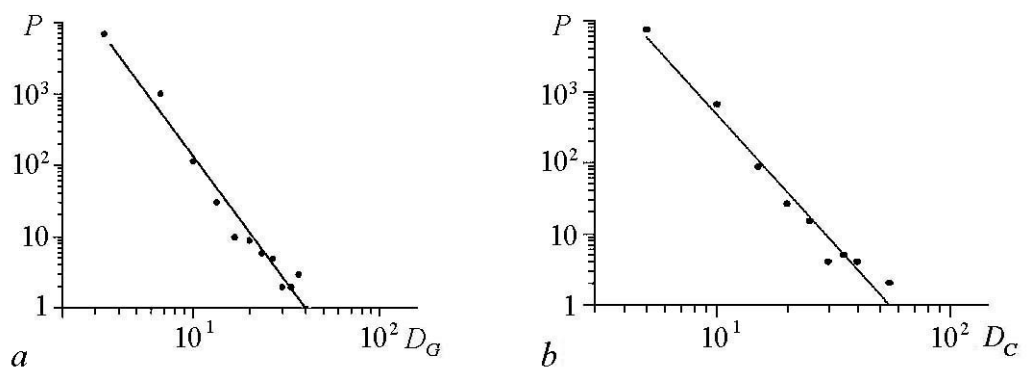


Рис. 2. Графики распределения степеней узлов для сетей  $G$  (a) и  $C$  (b) в логарифмической шкале

Fig. 2. Degree distribution for the networks  $G$  (a) and  $C$  (b) in logarithmic scale

образом, построенная сеть по своим свойствам соответствует реально существующим системам, что является важным критерием достоверности результатов, которые будут получены с использованием данной структуры.

Для исследования структурных особенностей слоев сети, а также их влияния друг на друга был рассчитан ряд характеристик для случая, когда слои не связаны между собой (межслойные связи отсутствуют) и в присутствии межслойных связей. Во-первых, это степени узлов для обеих сетей, то есть количество связей каждого узла. Помимо этого, важной характеристикой представляется центральность по посредничеству  $B_k$  (betweenness centrality), которая характеризует нагрузку на узел в сети и равна количеству кратчайших путей от каждого узла до всех остальных узлов, проходящих через данный узел [28],

$$B_k = \sum_{i \neq k \neq j} \frac{\sigma_{ij}(k)}{\sigma_{ij}}, \quad (1)$$

где  $\sigma_{ij}$  – общее количество кратчайших путей из узла  $i$  в узел  $j$ , а  $\sigma_{ij}(k)$  – количество таких путей, проходящих через данный узел  $k$ .

Одним из интересующих нас свойств сети является способность её узлов объединяться в группы – кластеры или модули. Обнаружение таких структур в сети имеет важное практическое значение во многих областях науки, в том числе оно предоставляет возможность отследить процессы формирования групп и сообществ в реальных социальных сетях [29–31]. Для того чтобы охарактеризовать степень принадлежности узла к сильно-связанной группе, был рассчитан локальный коэффициент кластеризации

$$C_i = \frac{t_i}{q_i(q_i - 1)/2}, \quad (2)$$

где  $i$  – данный узел,  $q_i$  – количество ближайших соседей данного узла,  $t_i$  – число связей между ближайшими соседями. Данный параметр характеризует вероятность того, что два ближайших соседа узла являются ближайшими соседями друг для друга. Число  $t_i$  так же интерпретируется как суммарное число треугольников, прикрепленных к узлу  $i$ , а  $q_i(q_i - 1)/2$  – максимально возможное количество треугольников. Коэффициент кластеризации равен нулю, если между соседними узлами не может быть такой связи – примером такой структуры может служить иерархическое дерево. Если же все соседи данного элемента связаны друг с другом, то коэффициент кластеризации данного узла равен единице.

Тем не менее, для определения числа мезоскопических структур в каждом слое и их характеристик при появлении межслойной связи был рассчитан более сложный параметр, а именно, модулярность сети [32]

$$M = \frac{1}{2m} \sum_{ij} \left( A_{ij} - \gamma \frac{k_i k_j}{2m} \right) \delta_{g_i g_j}, \quad (3)$$

где  $m$  – общее количество связей в сети;  $A_{ij}$  – матрица смежности;  $\delta_{g_i g_j}$  обозначает символ Кронекера и является индикатором равенства групп  $g_i$  и  $g_j$ , которым принадлежат элементы  $i$  и  $j$ , соответственно;  $k_i$  – степень узла  $i$  и  $\gamma$  – параметр, значение которого определяет размер сообществ и их количество.

В качестве еще одной характеристики рассматривалась центральность по собственному вектору  $E_i$  (eigenvector centrality) – другой вид центральности, определяющий влияние узла на сеть [33]. Каждый узел получает оценку исходя из предположения, что его связи с узлами с высокой центральностью вносят больший вклад в его собственную оценку, чем связи с узлами с низкой центральностью. Таким образом, значение центральности по собственному вектору зависит не только от количества связей данного узла с другими узлами, но и от центральности этих узлов, позволяя таким образом выделить небольшую группу узлов, которая имеет весомое влияние на всю сеть в целом. При этом из этой группы исключаются узлы, имеющие большое количество связей, но чье влияние на сеть не выходит за пределы их собственных соседей, то есть изолированные кластеры, не имеющие важности в масштабе всей сети. Таким образом, центральность по собственному вектору представляет собой собственный вектор, соответствующий наибольшему собственному числу матрицы смежности,

$$E_i = \frac{1}{\lambda} \sum_{j \in M} w_{ij} E_j. \quad (4)$$

Стоит отметить, забегая вперед, что в силу своей специфичности значения данного параметра будут сильно отличаться для случаев связанных и изолированных слоев.

### **Результаты анализа построенной модели сети профессиональных отношений**

В ходе исследования были проанализированы корреляционные связи между всеми параметрами сети. В данном разделе рассмотрены только те зависимости, которые наиболее ярко отражают структурные особенности системы.

Приведённые в прошлом разделе характеристики были вычислены сначала отдельно для каждой сети, а затем, объединив их в мультиплексную сеть, для каждого слоя полученной сети. Данный подход к исследованию характеристик сети позволяет определить, каким образом слои внутри одной сложной сети влияют на структурные и динамические характеристики друг друга.

Сначала рассмотрим зависимости между характеристиками узлов внутри изолированных слоев, которые приведены на рис. 3. В результате расчётов было обнаружено, что центральность по посредничеству узлов находится в обратной корреляции с коэффициентом кластеризации как в сети G, так и в сети C (рис. 3, *a, b*). Это говорит о том, что если узел пропускает через себя большое количество кратчайших путей, то он обладает малым коэффициентом кластеризации, то есть находится вне структурного кластера. Похожая зависимость наблюдается между степенью узла и его коэффициентом кластеризации (рис. 3, *c, d*). Это свидетельствует о том, что находящиеся в кластерах элементы обладают ограниченным числом связей со своими соседями. В то же время, узлы, имеющие большую центральность по посредничеству и находящиеся вне кластеров, представляют собой структурные хабы. С точки зрения реальной сети, имеем два варианта. С одной стороны, чем в большем количестве жанров играет исполнитель, тем меньшее число его соседей играют в одном

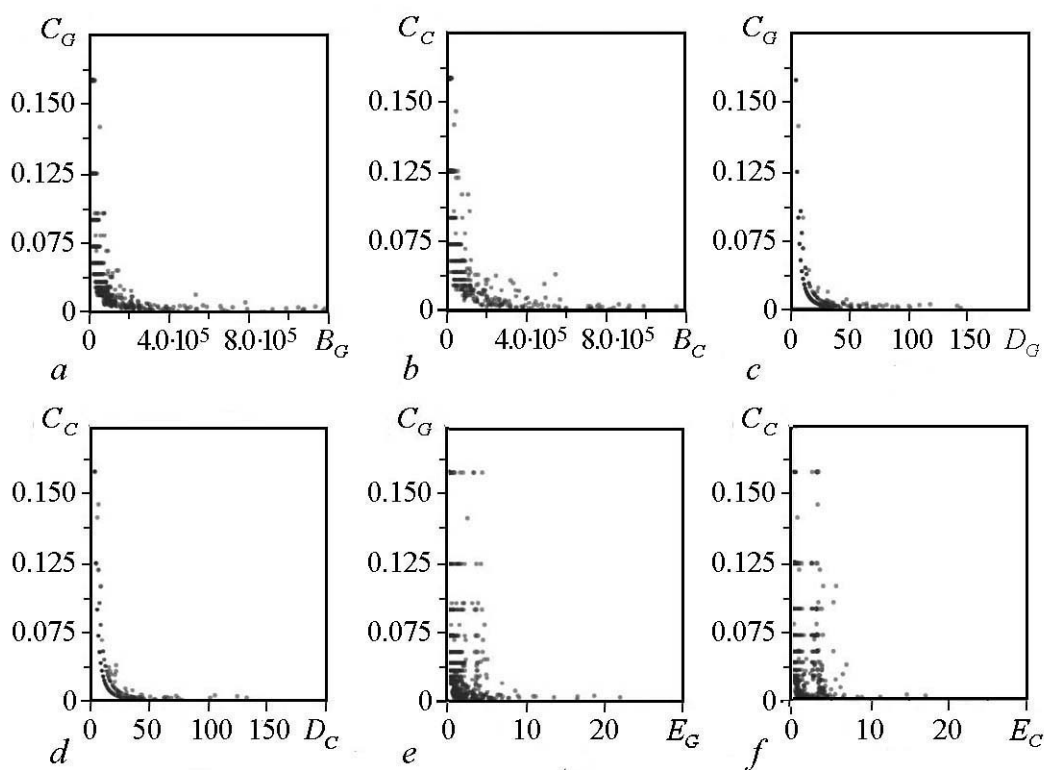


Рис. 3. Корреляционные зависимости характеристик узлов для слоя G (*a*, *c*, *e*) и C (*b*, *d*, *f*). На рисунках представлены зависимости коэффициента кластеризации от центральности по посредничеству (*a*, *b*), от степени узла (*c*, *d*) и от центральности по собственному вектору (*e*, *f*)

Fig. 3. Correlations of nodes characteristics for layer G (*a*, *c*, *e*) and C (*b*, *d*, *f*). Figures show the correlations between clustering coefficient and betweenness centrality (*a*, *b*), node degree (*c*, *d*) and eigenvector centrality (*e*, *f*)

жанре. Вывод логичен, так как среди связанных с данным исполнителем музыкантов слишком много разных жанров. С другой стороны, чем активнее исполнитель сотрудничает с другими исполнителями, тем слабее его соседи сотрудничают друг с другом.

Обратная корреляция между центральностью по собственному вектору и коэффициентом кластеризации (рис. 3, *e*, *f*) говорит о наличии в сети большого количества кластеров, имеющих ограниченное число связей внутри и обладающих сильным влиянием на сеть из-за большой центральности по собственному вектору узлов, входящих в них. Такой результат свидетельствует о неоднородной структуре сети, в которой узлы с большим коэффициентом кластеризации находятся вне центрального кластера.

Рассмотрим теперь характеристики сети после её объединения в многослойную сеть *P*. Теперь сеть жанров *G* будет рассматриваться как первый слой, а сеть сотрудничества *C* – как второй слой сети *P*.

На рис. 4 для каждого слоя сети показано изменение центральности по посредничеству и центральности по собственному вектору при переходе от изолированного слоя (ось ординат) к многослойной сети (ось абсцисс). Можно отметить, что для обо-

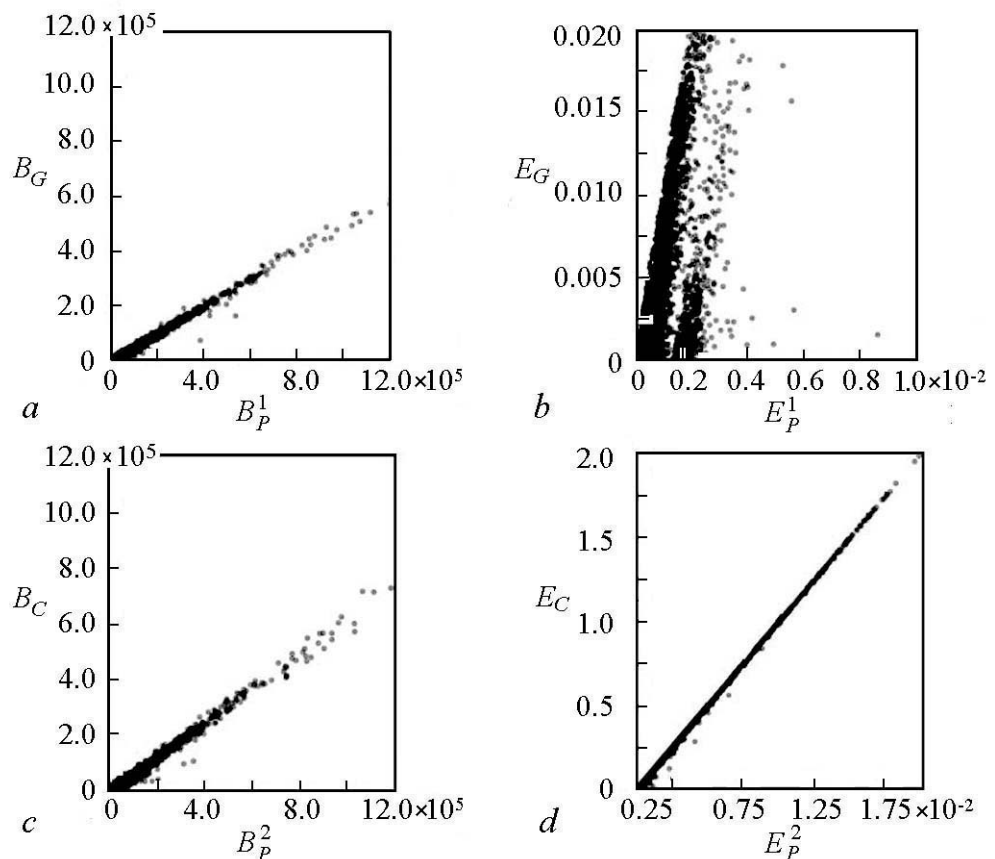


Рис. 4. Корреляция между центральностями сети G (a, b) и C (c, d) до и после объединения сети. Здесь:  $B_p^1$ ,  $B_p^2$ ,  $E_p^1$  и  $E_p^2$  – центральности узлов первого и второго слоя мультиплексной сети P, соответственно  
 Fig. 4. Correlation between centralities of the networks G (a, b) and C (c, d) before and after uniting of the network;  $B_p^1$ ,  $B_p^2$ ,  $E_p^1$  и  $E_p^2$  – centralities of the nodes of first and second layer of multiplex network P, respectively

их слоев центральность по посредничеству не демонстрирует практически никакого изменения при переходе к мультиплексной сети (рис. 4, a, b). Это говорит о том, что, несмотря на совершенно разные критерии построения слоев, наибольшей центральностью по посредничеству в них обладает один и тот же набор узлов. Тем не менее, если мы обратимся к центральности собственного вектора (рис. 4, c, d), то обнаружим, что при переходе к многослойной сети значения данной характеристики сильно уменьшились для узлов, находящихся в слое жанровой принадлежности. Это, главным образом, связано со специфичностью расчета данной характеристики, и в случае мультиплексной сети такая динамика говорит о более оптимальной структуре слоя сотрудничества.

На рис. 5 представлены графики функции плотности вероятности  $\omega(M)$  для параметра модулярности  $M$ . Функция плотности вероятности означает, что вероятность попадания узла  $q$  в сообщество  $t$  равна площади фигуры, ограниченной интервалом  $[t - 1, t]$  и графиком кривой  $\omega(M)$ . Таким образом, чем больше  $y$ -координата в данной точке, тем многочисленнее соответствующее сообщество.



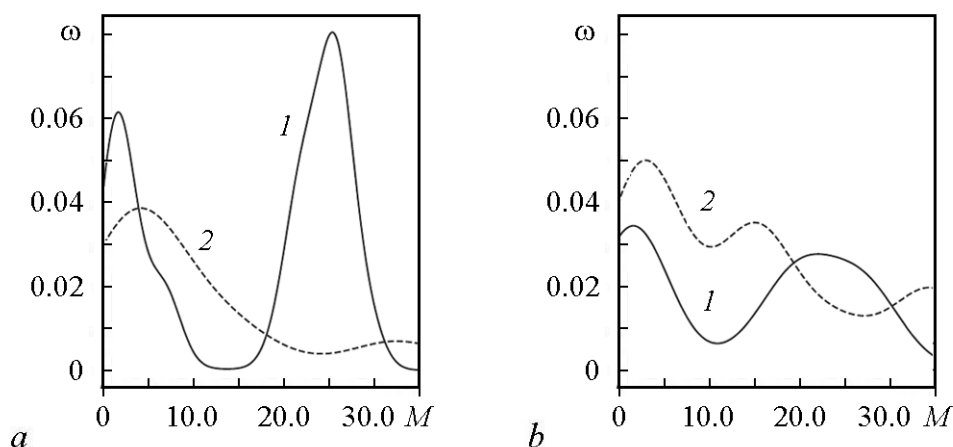


Рис. 5. График изменения плотности вероятности для параметра модулярности до объединения в общую сеть (а) и после объединения (б). Здесь 1 – модулярность сети G, 2 – модулярность сети С. На оси абсцисс отмечены рассчитанные сообщества, по оси ординат – значения функции плотности распределения

Fig. 5. Probability density for modularity parameter before unifying in general network (а) and after (б). 1 – modularity of the network G, 2 – modularity of the network C. X-axis and Y-axis are marked with calculated communities and the values of probability density function, respectively

На графиках видны заметные изменения в формировании сообществ внутри сетей: тогда как в изолированном случае хорошо видна сильная неоднородность в размере структурных единиц, появление межслойных связей приводит к возникновению связей между кластерами, пересекающимися на различных слоях мультиплексной сети. В связи с этим как следствие структура сети становится более однородной.

### Заключение

В ходе исследования была построена модель мультиплексной сети на основе реальных статистических социальных данных о профессиональном взаимодействии музыкантов. Были рассчитаны основные структурные характеристики как для изолированных сетей, так и для каждого слоя мультиплексной сети. Для двух изолированных сетей были выявлены определённые сходства в полученных зависимостях между характеристиками, что говорит об общих закономерностях в процессах формирования топологий сетей.

Результаты, полученные для мультиплексной сети, говорят о том, что при объединении изолированных сетей характеристики их узлов претерпевают заметные изменения. В частности, были выявлены изменения в значениях центральностей узлов и в формировании сообществ внутри сети. Данные результаты подтверждают эффективность использования модели мультиплексной сети для изучения структурно-динамических процессов во многих реальных системах.

*Работа выполнена при поддержке гранта Президента РФ для ведущих научных школ (проект НШ-2737.2018.2).*

## References

1. Sporns O., Chialvo D.R., Hilgetag C.C. Organization, development and function of complex brain networks. *Trends Cogn. Sci.*, 2004, vol. 8, pp. 418–425.
2. Maksimenko V.A., Lüttjohann A., Makarov V.V., Goremyko M.V., Koronovskii A.A., Nedaivozov V., Runnova A.E., van Luitelaar G., Hramov A.E., Boccaletti S. Macroscopic and microscopic spectral properties of brain networks during local and global synchronization. *Phys. Rev. E.*, 2017, vol. 96, no. 1.
3. Kirsanov D.V., Nedaivozov V.O., Makarov V.V., Goremyko M.V., Hramov A.E. Study of pattern formation in multilayer adaptive network of phase oscillators in application to brain dynamics analysis. *Proc. SPIE*, 2017, vol. 10337, pp. 103370Z-1–7.
4. Kai S., Gonçalves J.P., Larminie C., Pržuli N. Predicting disease associations via biological network analysis. *BMC Bioinformatics*, 2014, vol. 15.
5. Sharan R. and Ideker T. Modeling cellular machinery through biological network comparison. *Nat. Biotechnol.*, 2006, vol. 24, pp. 427–433.
6. Ma X., Yu H., Wang Y., Wang Y. Large-Scale transportation network congestion evolution prediction using deep learning theory. *PLoS ONE*, 2015, vol. 10, no. 3.
7. He X., Liu X.H. Modeling the day-to-day traffic evolution process after an unexpected network disruption. *Transp. Res. Part B Methodol.*, 2012, vol. 46, no. 1, pp. 50–71.
8. Wang L., Kuo G.S. Modeling for network selection in heterogeneous wireless networks. A tutorial. *IEEE Commun. Surveys Tuts.*, 2013, vol. 15, no. 1, pp. 271–292.
9. Yang S., Yang X., Zhang C., Spyrou E. Using social network theory for modeling human mobility. *IEEE Netw.*, 2010, vol. 24, no. 5, pp. 6–13.
10. Dawson S., Gašević D., Siemens G., Joksimovic S. Current State and Future Trends: A Citation Network Analysis of the Learning Analytics Field, ACM, 2014, pp. 231–240.
11. Érdi P., Makovi K., Somogyvári Z., Strandburg K., Volf P., Zalányi L. Prediction of emerging technologies based on analysis of the US patent citation network. *Scientometrics*, 2013, vol. 95, pp. 225.
12. Ta-Shun C., Hsin-Yu S. Using social network theory for modeling human mobility. *IEEE Netw.*, 2010, vol. 24, no. 5, pp. 6–13.
13. Shakkottai S., Srikant R. Network optimization and control. *Found. Trends. Network.*, 2008, vol. 2, no. 3, pp. 271–379.
14. Battiston F., Nicosia V., Latora V. Structural measures for multiplex networks. *Phys. Rev. E*, 2014, vol. 89, no. 3.
15. Makarov V.V., Koronovskii A.A., Maksimenko V.A., Hramov A.E., Moskalenko O.I., Buldú J.M., Boccaletti S. Emergence of a multilayer structure in adaptive networks of phase oscillators. *Chaos, Solitons, Fractals*, 2016, vol. 84, pp. 23–30.
16. Turrigiano G.G., Nelson S.B. Homeostatic plasticity in the developing nervous system. *Nat. Rev. Neurosci.*, 2004, Vol. 5, pp. 97–107.

17. Arnaboldi V., Conti M., Passarella A., Pezzoni F. Ego networks in Twitter: An experimental analysis. *IEEE CCW*, 2013, pp. 229–234.
18. Gonçalves B., Perra N., Vespignani A. Modeling users' activity on twitter networks: Validation of Dunbar's number. *PLoS ONE*, 2011, vol. 6, no. 8, pp. 1–5.
19. de Ruiter J., Weston G., Lyon S.M. Dunbar's Number: Group Size and Brain Physiology in Humans Reexamined. *Am Anthropol.*, 2011, vol. 113, no. 4, pp. 557–568.
20. Menichetti G., Remondini D., Panzarasa P., Mondragón R.J., Bianconi G. Weighted multiplex networks. *PLoS ONE*, 2014, vol. 9, no. 6, pp. 1–8.
21. Ru-Ya T., Xue-Fu Z., Yi-Jun L. SSIC model: A multi-layer model for intervention of online rumors spreading. *Physica A*, 2015, vol. 427, pp. 181–191.
22. Zhao L., Wang J., Chen Y., Wang Q., Cheng J., Cui H. SIHR rumor spreading model in social networks. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 2012, vol. 391, no. 7, pp. 2444–2453.
23. Hu Q., Gao Y., Ma P., Yin Y., Zhang Y., Xing C. A New Approach to Identify Influential Spreaders in Complex Networks / Web-Age Information Management: 14th International Conference. Springer Berlin Heidelberg, 2013, pp. 99–104.
24. Roshani F., Naimi Y. Effects of degree-biased transmission rate and nonlinear infectivity on rumor spreading in complex social networks. *Phys. Rev. E*, 2012, vol. 85, no. 3.
25. Buono C., Alvarez-Zuzek L.G., Macri P.A., Braunstein L.A. Epidemics in partially overlapped multiplex networks. *PLoS ONE*, 2014, vol. 9, no. 3, pp. 1–5.
26. Allmusic.com  
<http://www.allmusic.com/>
27. Callaway D.S., Newman M.E.J., Strogatz S.H., Watts D.J. Network robustness and fragility: Percolation on random graphs. *Phys. Rev. Lett.*, 2000, vol. 85, no. 25, pp. 5468–5471.
28. Brandes U. A faster algorithm for betweenness centrality. *J. Math. Sociol.*, 2001, vol. 25, no. 3, pp. 163–177.
29. Papadopoulos S., Kompatsiaris Y., Vakali A., Spyridonos P. Community detection in Social Media. *Data Min Knowl Discov.*, 2012, vol. 24, no. 3, pp. 515–554.
30. Aggarwal C.C. An Introduction to Social Network Data Analytics. Social Network Data Analytics. Springer US, 2011, pp. 1–15.
31. Leskovec J., Lang Kevin J., Mahoney M. Empirical comparison of algorithms for network community detection. *Proceedings of the 19th International Conference on World Wide Web. ACM*, 2010, pp. 631–640.
32. Newman M.E.J. Equivalence between modularity optimization and maximum likelihood methods for community detection. *Phys. Rev. E*, 2016, vol. 94, no. 5.
33. Newman M.E.J. Mathematics of Networks. The New Palgrave Dictionary of Economics. Palgrave Macmillan, 2008.



*Пицик Елена Николаевна* родилась в Саратове (1994), окончила факультет КНиИТ Саратовского университета по направлению «Программная инженерия» (2015, бакалавриат) и по направлению «Информатика в образовании» (2017, магистратура). После окончания СГУ работает в НОЦ «Системы искусственного интеллекта и нейротехнологии» на базе Саратовского технического университета. Научные интересы: нейродинамика, компьютерное обучение, когнитивные процессы.

Россия, 410054 Саратов, ул. Политехническая, 77  
Саратовский государственный технический университет  
E-mail: pitsikelena@gmail.com



*Горемыко Михаил Владимирович* окончил физический факультет СГУ (1992). Педагогическую деятельность начал в качестве учителя физики, а затем директора (1997) экспериментальной школы-системы № 4 Саратова. С 1999 года по 2016 год занимал ряд руководящих должностей в областной и городской администрации Саратова. С 2016 года – проректор Саратовского технического университета.

Россия, 410054 Саратов, ул. Политехническая, 77  
Саратовский государственный технический университет  
E-mail: gormv67@sstu.ru



*Макаров Владимир Владимирович* – окончил факультет нелинейных процессов Саратовского университета по специальности «Физик/системный аналитик» (2013). Защитил кандидатскую диссертацию по специальности «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ» (2016). Старший научный сотрудник НОЦ «Системы искусственного интеллекта и нейротехнологии» Саратовского технического университета. Научные интересы: нейродинамика, математические методы в нейронауке, сети и сложные системы, вейвлетный анализ.

Россия, 410054 Саратов, ул. Политехническая, 77  
Саратовский государственный технический университет  
E-mail: vladmak404@gmail.com



*Храмов Александр Евгеньевич* окончил кафедру электронных и волновых процессов физического факультета Саратовского университета (1996). Кандидат физико-математических наук (1999), доктор физико-математических наук (2005). С 2012 года главный научный сотрудник и научный руководитель Научно-образовательного центра «Системы искусственного интеллекта и нейротехнологии» (до 2018 года – «Нелинейная динамика сложных систем») Саратовского технического университета, с 2015 года заведующий кафедрой «Автоматизация, управление, мехатроника». Главный редактор журнала «Инфокоммуникационные и радиоэлектронные технологии» (с 2016), член редакционной коллегии журнала «Chaos, Solitons and Fractals». Автор и соавтор более 200 научных публикаций, в том числе монографий, учебников, патентов.

Россия, 410054 Саратов, ул. Политехническая, 77  
Саратовский государственный технический университет  
E-mail: hramovae@gmail.com