

Связь между макроскопическими параметрами многослойной сети с микрокопическими характеристиками отдельных элементов, входящих в ее состав

В. А. Максименко^{1,2,*}, В. В. Макаров^{1,2,†}, А. А. Короновский^{1,2}, А. Е. Храмов^{1,2}, О. И. Москаленко^{1,2}

¹*Саратовский Государственный Университет имени Н. Г. Чернышевского
Россия, 410012, Саратов, Астраханская, д. 83*

²*Саратовский Государственный Технический Университет имени Ю. А. Гагарина
Россия, 410054, Саратов, ул. Политехническая, д. 77*

В работе проведено исследование коллективной динамики элементов многослойной сети на основе ансамбля взаимодействующих фазовых осцилляторов Курамото. Обнаружена связь между макроскопическими характеристиками данной многослойной сети (суммарными сигналами взаимодействующих осцилляторов) и микрокопическими параметрами, характеризующими её топологию и временную динамику отдельных элементов.

PACS: 05.45.Xt, 05.45.Tr, 02.30.Uu.

УДК: 530.182, 51-73.

Ключевые слова: многослойная сеть, осциллятор Курамото, вейвлетное преобразование.

Исследование синхронных режимов и процессов образования структур в комплексных сетях со сложной топологией является в данный момент одной из наиболее важных задач, стоящих перед мировым научным сообществом. Современные научные представления о мире все более сходятся к концепции его сетевой архитектуры [1]. Различные сетевые структуры возникают на всех уровнях организации биологических [2], технологических [3] и социальных систем [4, 5], от нейронных ансамблей [6, 7] до сетей городов и популяций [8].

Наличие большого количества элементов, входящих в сети, а также неравномерно распределенных между ними входящих и исходящих связей обуславливает целый ряд различных явлений коллективной динамики составных частей сетевой структуры, включая образование подсетей (кластеров) [9], состоящих из сильно связанных элементов, и возникновение синхронных режимов [10]. Синхронизация представляет собой одно из важнейших явлений, наблюдающихся в комплексных сетях. В частности, в адаптивных сетях [11] наличие синхронизма в поведении взаимодействующих элементов обычно является главным фактором, обуславливающим временную эволюцию топологии сети.

В последнее время для описания процессов, протекающих в социальных системах и нейронных ансамблях, активно применяются модели многослойных сетей. Ключевой особенностью данных сетей является формирование в них как локальных структурных кластеров на отдельных слоях, так и возникновение режимов межслойной синхронизации, приводящей к образованию глобальных структур [12]. Данные эффекты в ряде случаев хорошо описывают процессы кластеризации в социальных системах [5] и биологических си-

стемах [13], что делает многослойные модели наиболее подходящими для анализа реальных сетей со сложной топологией.

Однако, следует отметить, что изучение реальных сетей посредством построения математических моделей, в том числе и многослойных, не всегда оказывается эффективным. Основной проблемой анализа большинства систем с сетевой структурой является отсутствие необходимой информации о топологии, природе связей и динамическом состоянии отдельных элементов и образовавшихся подсетей. В данном случае построение модели, корректно учитывающей связи между взаимодействующими элементами и слоями не представляется возможным, и, как правило, приходится работать с макроскопическими параметрами, характеризующими процессы, протекающие в сети. В качестве таких параметров, например, могут выступать суммарные сигналы электрической активности головного мозга, полученные посредством электроэнцефалографии и являющиеся продуктом взаимодействия отдельных нейронов многочисленного нейронного ансамбля. Подобные макроскопические параметры сети обладают нестационарными во времени характеристиками, и, ожидается, что закономерности их эволюционной динамики могут быть сопоставлены с конкретными процессами структуризации сети на микрокопическом уровне, что в свою очередь позволит проводить анализ реальных сложных сетей на основе экспериментальных макроскопических характеристик. Изучение данной возможности представляет большой интерес для различных областей науки, имеющих дело с исследованиями сложных сетевых структур. Получение информации о топологии сети и образовавшихся в ней синхронных режимов коллективной динамики при помощи рассмотрения макроскопических характеристик позволит продвинуться в понимании структурных особенностей и функционирования реальных сетей различной природы, которые проблематично исследовать известными методами анализа.

*E-mail: maximenkov1@gmail.com

†E-mail: vladmak404@gmail.com

В настоящей работе проведено исследование коллективной динамики элементов многослойной сети на основе ансамбля взаимодействующих фазовых осцилляторов Курамото [14]. При этом, основное внимание уделено анализу топологии данной сети и изучению процессов синхронизации при помощи рассмотрения макроскопической характеристики, которая в данном случае представлена суммарным сигналом взаимодействующих осцилляторов. В работе приведено сопоставление полученных результатов с характеристиками, рассчитанными с использованием матриц связей исследуемой сети и векторов состояния отдельных элементов и обнаружена связь между макроскопическими характеристиками исследуемой многослойной сети и микроскопическими параметрами, характеризующими поведение её элементов и топологию.

Таким образом, показана возможность получения информации о возникших в сети структурных класте-

рах при помощи соответствующего анализа макроскопических характеристик рассматриваемого ансамбля взаимодействующих элементов. Полученные результаты могут найти широкое применение в исследованиях посвященных анализу электроэнцефалограмм (ЭЭГ) и магнитоэнцефалограмм (МЭГ) с целью детектирования режимов синхронизации нейронных ансамблей и выявления различных форм когнитивной активности.

Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства образования и науки РФ в рамках Государственного задания высшим учебным заведениям на 2014 год и плановый период 2015 и 2016 годов в части проведения научно-исследовательских работ (проекты СГТУ-141, СГТУ-157), Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 12 02-00221 и Фонда некоммерческих программ «Династия».

-
- [1] *Holme P.* Phys. Rev. E. **71**, N4. P.046119. (2005).
 [2] *Valencia M., Martinerie J., Dupont S., Chavez M.* Phys. Rev. E. **77**, N5. P. 050905. (2008).
 [3] *Onnela J.P., Saramäki J., Hyvönen J., Szabó G., Lazer D., Kaski K., Kertész J., Barabási A.L.* Proc. Nat. Acad. Sci. USA. **104**. P. 7332. (2007).
 [4] *Stehlé J., Barrat A., Bianconi G.* Phys. Rev. E. **81**, N3. P. 035101. (2010).
 [5] *McPherson M., Smith-Lovin L., Cook J.M.* Annual Rev. of Sociol. **27**. P. 415. (2001).
 [6] *Ulhaas P.J., Pipa G., Lima B., Melloni L., Neuenschwander S., Nikolic D., Singer, W.* Frontiers In Neurosc. **3**. P. 17. (2009).
 [7] *Van Ooyen A.* Computation in Neural Systems. **12**, P. R1. (2001).
 [8] *Axelrod R. J.* Conflict Resolut. **41**, N2. P. 203. (1997).
 [9] *Boccaletti S., Ivanchenko M., Latora V., Pluchino A., Rapisarda A.* Phys. Rev. E. **75**, N4. P. 045102. (2007).
 [10] *Pikovsky A.* Synchronization: a Universal Concept in Nonlinear Sciences. (Cambridge: Cambridge University Press, 2003).
 [11] *Assenza S., Gutiérrez R., Gómez-Gardeñes J., Latora V., Boccaletti S.* Scientific Reports **1**, N99. (2011).
 [12] *Arenas A., Díaz-Guilera A., Pérez-Vicente C.J.* Phys. Rev. Lett. **96**, N11. P. 114102. (2006).
 [13] *Varela F., Lachaux J.-P., Rodriguez E., Martinerie J.* Nat. Rev. Neurosci. **2**. P. 229. (2001).
 [14] *Moreno Y., Pacheco A. F.* Europhys. Lett. **68**, N4. P. 603. (2004).

The relationship between macroscopic parameters of the multilayer network and microscopic characteristics of its individual elements

V. A. Maximenko^{1,2,a}, V. V. Makarov^{1,2,b}, A. A. Koronovskii^{1,2}, A. E. Hramov^{1,2}, O. I. Moskalenko^{1,2}

¹Saratov State University. Saratov, 410012, Russia

²Yuri Gagarin State Technical University of Saratov. Saratov, 410054, Russia

E-mail: ^amaximenkov1@gmail.com, ^bvladmak404@gmail.com

In this paper we studied the collective dynamics of interacting elements of multilayer network of Kuramoto phase oscillators. As a result, the relationship between the macroscopic properties of the multilayer network (the resultant signals of the interacting oscillators) and microscopic parameters, characterizing its topology and temporal dynamics of the individual elements has been observed

PACS: 05.45.Xt, 05.45.Tr, 02.30.Uu.

Keywords: multilayer network, Kuramoto oscillator, wavelet transform.

Сведения об авторах

1. Макаров Владимир Владимирович — аспирант, младший научный сотрудник, тел.: 8(8452)514294, e-mail: vladmak404@gmail.com.

2. Храмов Александр Евгеньевич — докт. физ.-мат. наук, профессор, тел.: 8(8452)514294, e-mail: hramovae@gmail.com.
3. Короновский Алексей Александрович — докт. физ.-мат. наук, профессор, тел.: 8(8452)514294, e-mail: alkor@nonlin.sgu.ru.
4. Москаленко Ольга Игоревна — канд. физ.-мат. наук, доцент, тел.: 8(8452)514294, e-mail: o.i.moskalenko@gmail.com.
5. Максименко Владимир Александрович — аспирант, младший научный сотрудник, тел.: 8(8452)514294, e-mail: maximenkovl@gmail.com.