

УДК 537.86

DOI: 10.20310/1810-0198-2016-21-6-2366-2369

МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИНАМИКИ МНОГОСЛОЙНОЙ СЕТИ ОСЦИЛЛЯТОРОВ КУРАМОТО С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ТЕХНОЛОГИИ ПАРАЛЛЕЛЬНЫХ ВЫЧИСЛЕНИЙ

© Д.В. Кирсанов¹⁾, В.О. Недайвозов¹⁾, М.В. Горемыко¹⁾, Д.В. Лопатин²⁾

¹⁾ Саратовский государственный технический университет им. Гагарина Ю.А.

410054, Российская Федерация, г. Саратов, ул. Политехническая, 77

E-mail: redstonehound@gmail.com

²⁾ Тамбовский государственный университет им. Г.Р. Державина

392000, Российская Федерация, г. Тамбов, ул. Интернациональная, 33

E-mail: 79107540080@ya.ru

Разработан алгоритм численного моделирования динамики сети осцилляторов Курамото с использованием технологии NVidiaCUDA – параллельных вычислений на графическом процессоре (GPU). Разработанная численная схема использована для исследования синхронных состояний в многослойной сети осцилляторов Курамото, слою которой обладают свойством гомеостазиса.

Ключевые слова: сложная сеть; методы параллельных вычислений; осциллятор Курамото; многослойная сеть; моделирование

Изучение обратной связи между эволюцией структуры и динамикой сетей является ключом к пониманию множества процессов, происходящих как на макроуровне – в сетях городов и популяций [1] и социальных системах [2–5], так и на микроуровне – в биологических сетях [6] и нейронных ансамблях [7–9]. В свою очередь, выявление принципов взаимодействия между отдельными сетями, таких как кооперация и конкуренция, представляется важной задачей, исследование которой позволит получить более целостное представление о процессах, протекающих в реальных системах [10–11]. В качестве такой системы, состоящей из взаимодействующих подсетей, может быть рассмотрена многослойная сеть (multiplex network) [12–13] динамических элементов, слою которой содержат идентичный набор узлов, но имеют различную топологию связей. Моделирование таких сетевых структур требует огромных вычислительных мощностей, которые в современном мире можно получить с помощью параллельного программирования. На текущий момент ведущей технологией параллельных вычислений является архитектура CUDA от NVidia, посредством которой и проводились вычисления в данной работе.

В настоящем исследовании проводится изучение процессов синхронизации в сети, топология которой обладает свойством гомеостазиса – ограничения и постоянства входящих связей каждого элемента [12–13]. Исследуемая сеть состоит из двух слоев, каждый из которых содержит $N = 100$ узлов, динамика которых описывается с помощью известной модели Курамото, являющейся признанным инструментом исследования всевозможных форм коллективной динамики [14].

Динамическое состояние i -го узла, принадлежащего слою l , определяется соотношением [12]

$$\dot{\varphi}_i^l = \omega_i^l + \lambda_1 \sum_i w_{ij}^l \sin(\varphi_j^l - \varphi_i^l) + \lambda_2 \sum_{k \neq l}^M \sin(\varphi_i^k - \varphi_i^l), \quad (1)$$

где ω_i – заданные случайным образом натуральные частоты в диапазоне $[-\pi; \pi]$ ($\omega_i = \omega_i^1 = \omega_i^2$); w_{ij}^l – вес связи, соединяющей узлы j и i в пределах слоя l ; λ_1 – сила связи между элементами одного слоя; λ_2 – сила связи между слоями. Изначально фазы взаимодействующих элементов заданы случайно в диапазоне $[-\pi; \pi]$ на каждом слое.

Для того чтобы исследовать влияние гомеостазиса топологии сети на синхронизацию ее элементов, матрица связей задавалась следующим образом. Для каждого элемента сети было случайно выбрано n_c исходящих связей, каждая из которых задавалась в случайном диапазоне $[0; 1]$. При этом суммарная входящая связь каждого узла нормировалась на единицу

$$\sum_{j \neq i} w_{ij}^l = 1, \quad (2)$$

это соотношение означает постоянство и идентичность суммарной входящей связи каждого элемента внутри слоя, что отражает свойство гомеостазиса в исследуемой системе. Численная реализация моделирования приведенной выше сетевой структуры выполнялась с помощью технологий параллельного программирования. В данной работе вычисление динамики фаз всех элементов производилось на GPU с помощью технологии NVidia CUDA. Эта технология позволяет существенно

увеличить вычислительную производительность за счет использования мощности графического процессора.

На рис. 1 представлен алгоритм выполнения параллельных вычислений. Первым шагом мы задаем начальные данные – массивы фаз, частот, и генерируем матрицу связи с помощью алгоритма, описанного ранее. После чего программа входит в цикл по времени, в котором и происходит передача данных на графический процессор. Далее на GPU выполняется параллельный расчет динамики фаз всех элементов. Готовые результаты вычислений передаются обратно на центральный процессор, где осуществляется запись всех данных в файл и перебор цикла по времени, который повторяется снова, пока время не достигнет заданного максимального значения.

С помощью разработанной модели была численно рассчитана динамика процессов конкуренции в многослойной сети осцилляторов при изменении управляющих параметров – количества n_c входящих связей и силы связи λ_1 . Нами также был рассчитан параметр порядка внутри слоев сети [15–16]

$$r(t) = \frac{1}{MN} \sum_{l=1}^M \left| \sum_{i=1}^N e^{i\phi_i^l(t)} \right|, \quad (5)$$

который характеризует среднюю степень синхронизации фазовых осцилляторов внутри слоя, усредненную по всем слоям сети.

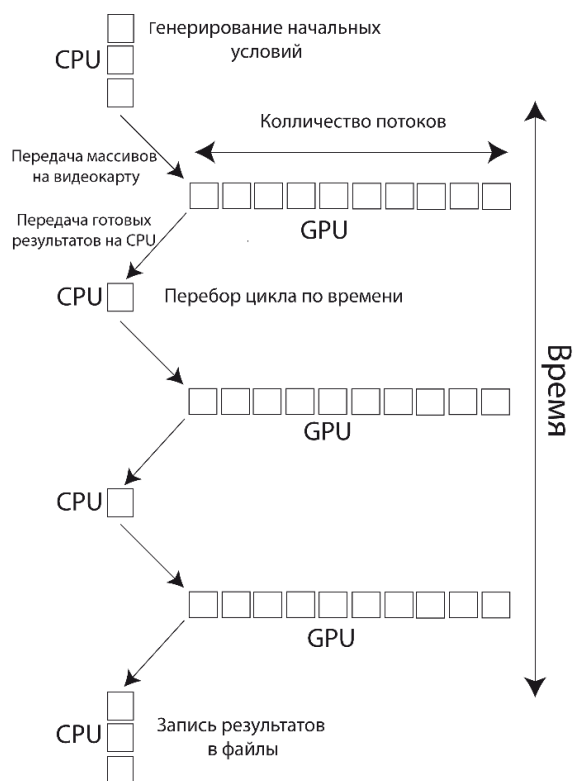


Рис. 1. Реализация алгоритма расчета сети осцилляторов Курамото с использованием параллельных вычислений на графическом процессоре GPU

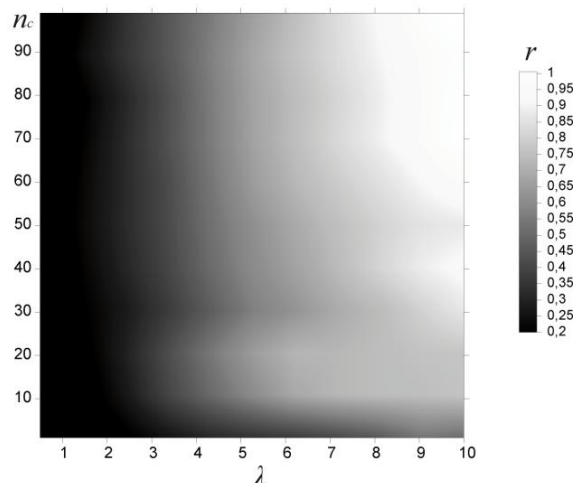


Рис. 2. Двухпараметрическая зависимость параметра порядка r от силы связи λ и количества исходящих связей элементов, n_c

Соответствующая двухпараметрическая зависимость показана на рис. 2. Из рис. 2 видно, что при низком значении плотности входящих связей каждого элемента синхронизация проходит менее успешно, чем при высоких значениях количества входящих связей. Несмотря на тот факт, что суммарный вес входящих связей каждого элемента не зависит от параметра n_c , степень синхронизации системы демонстрирует зависимость от данной величины. Подобная картина свидетельствует о том, что топология сети сильно влияет на ее динамические характеристики даже когда суммарная сила связи, воздействующая на элемент, остается постоянной. Данное поведение системы согласуется с результатами, полученными в ходе анализа другого типа синхронизации в сложных сетях, а именно, обобщенной синхронизации [17–18].

Таким образом, в данной работе был разработан алгоритм численного моделирования динамики сети осцилляторов Курамото с использованием технологии параллельного вычисления на графическом процессоре NVidiaCUDA. Разработанный алгоритм был использован для расчета синхронных состояний в многослойной сети осцилляторов Курамото.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Onnela J.P., Saramki J., Hyvnen J. A.* Structure and tie strengths in mobile communication networks // Proc. Nat. Acad. Sci. USA. 2007. V. 104. P. 7332-7336.
2. *Stehlé J., Voirin N., Barrat A.* Dynamical and bursty interactions in social networks // Phys. Rev. E. 2010. V. 81. № 3. P. 035101.
3. *McPherson M., Smith-Lovin L., M Cook J.* Birds of a Feather: Homophily in Social Networks // Ann. Rev. Sociol. 2001. V. 27. P. 415-444.
4. *Короновский А.А., Храмов А.Е.* Самоорганизованная критичность в иерархических структурах управления // Известия вузов. Прикладная нелинейная динамика. 2000. Т. 8. № 6. С. 27-34.
5. *Лопатников Д.И., Храмов А.Е., Короновский А.А.* Некоторые аспекты изменения численности народонаселения США с точки зрения нелинейной динамики // Известия вузов. Прикладная нелинейная динамика. 2002. Т. 10. № 1-2. С. 146-156.
6. *Valencia M., Pastor M.A., Fernandez-Seara V.A.* Dynamic small-world behavior in functional brain networks unveiled by an event-related networks approach // Phys. Rev. E. 2008. V. 77. № 5. P. 050905.

7. *Ulhaas P.J., Pipa G., Lima B., Lucia Melloni L., Neuenschwander S., Nikolic D., Singer W.* Neural synchrony in cortical networks: history, concept and current status // *Frontiers Neurosc.* 2009. V. 3. P. 17-36.
8. *Hramov A.E., Harchenko A.A., Makarov V.V., Khramova M.V., Koronovskii A.A., Pavlov A.N., Dana S.K.* Analysis of the characteristics of the synchronous clusters in the adaptive Kuramoto network and neural network of the epileptic brain // *Proc. SPIE.* 2016. V. 9917. P. 9917-9925.
9. *Koronovskii A.A., Hramov A.E., Grubov V.V., Moskalenko O.I., Sitnikova E.Yu., Pavlov A.N.* Coexistence of intermittencies in the neuronal network of the epileptic brain // *Phys. Rev. E.* 2016. V. 93. P. 032220.
10. *Van Ooyen A.* Competition in the development of nerve connections: a review of models // *Network: Computation in Neural Systems.* 2001. V. 12. P. 1-47.
11. *van Luijckeloo G., Lütjohann A., Makarov V.V., Maksimenko V.A., Koronovskii A.A., Hramov A.E.* Methods of automated absence seizure detection, interference by stimulation, and possibilities for prediction in genetic absence models // *Journal of Neuroscience Methods.* 2016. V. 260. P. 144-158.
12. *Makarov V.V., Koronovskii A.A., Maksimenko V.A., Hramov A.E., Moskalenko O.I., Buldu J.M., Boccaletti S.* Emergence of a multilayer structure in adaptive networks of phase oscillators // *Chaos, Solitons & Fractals.* 2016. V. 84. P. 23.
13. *Makarov V.V., Koronovskii A.A., Maksimenko V.A., Khramova M.V., Hramov A.E., Pavlov A.N., Moskalenko O.I., Buldu J.M., Boccaletti S.* Multilayer structure formation via homophily and homeostasis // *Proc. SPIE.* 2016. V. 9707. P. 9707-9711.
14. *Kuramoto Y.* Self-entrainment of a population of coupled nonlinear oscillators // *International Symposium on Mathematical Problems in Theoretical Physics, Lecture Notes in Physics.* N. Y: Springer, 1975. V. 39. P. 420-422.
15. *Moskalenko O.I., Phrolov N.S., Koronovskii A.A., Hramov A.E.* Synchronization in the network of chaotic microwave oscillators // *Eur. Phys. J. Special Topics.* 2013. V. 222. P. 2571-2582.
16. *Gutiérrez R., Amann A., Assenza S.* Emerging Meso- and Macroscales from Synchronization of Adaptive Networks // *Phys. Rev. Lett.* 2011. V. 107. P. 234103.
17. *Moskalenko O.I., Koronovskii A.A., Hramov A.E., Boccaletti S.* Generalized synchronization in mutually coupled oscillators and complex networks // *Phys. Rev. E.* 2012. V. 86. P. 036216.
18. *Koronovskii A.A., Moskalenko O.I., Shurygina S.A., Hramov A.E.* Generalized synchronization in discrete maps. New point of view on weak and strong synchronization // *Chaos, Solitons & Fractals.* 2013. V. 46. P. 12-18.

Поступила в редакцию 25 сентября 2016 г.

Кирсанов Даниил Викторович, Саратовский государственный технический университет им. Гагарина Ю.А., г. Саратов, Российская Федерация, студент, e-mail: redstonehound@gmail.com

Недайвозов Владимир Олегович, Саратовский государственный технический университет им. Гагарина Ю.А., г. Саратов, Российская Федерация, студент, e-mail: fdf_het@mail.ru

Горемыко Михаил Владимирович, Саратовский государственный технический университет им. Гагарина Ю.А., г. Саратов, Российская Федерация, кандидат физико-математических наук, доцент, старший научный сотрудник, e-mail: gormv67@mail.ru

Лопатин Дмитрий Валерьевич, Тамбовский государственный университет им. Г.Р. Державина, г. Тамбов, Российская Федерация, кандидат физико-математических наук, доцент, доцент кафедры математического моделирования и информационных технологий, e-mail: +79107540080@ya.ru

UDC 537.86

DOI: 10.20310/1810-0198-2016-21-6-2366-2369

STUDY OF DYNAMICS OF THE MULTI-LAYER NETWORK OF KURAMOTO OSCILLATORS USING THE PARALLEL COMPUTING TECHNOLOGY

© D.V. Kirsanov¹, V.O. Nedaivozov¹, M.V. Goremyko¹, D.V. Lopatin²)

¹) Yuri Gagarin State Technical University of Saratov
77 Politechnicheskaya St., Saratov, Russian Federation, 410054
E-mail: redstonehound@gmail.com

²) Tambov State University named after G.R. Derzhavin
33 Internatsionalnaya St., Tambov, Russian Federation, 392000
E-mail: 79107540080@ya.ru

We develop the algorithm of numerical simulation of the dynamics of a network of Kuramoto oscillators using the parallel computing technology NVidia CUDA on the graphics processing unit (GPU). Developed numerical scheme used to study synchronous states in multilayer networks of Kuramoto oscillators whose layers have the property of homeostasis.

Key words: complex network; method of parallel computations; Kuramoto oscillator; multiplex network; simulation

REFERENCES

1. Onnela J.P., Saramki J., Hyvnen J. A. Structure and tie strengths in mobile communication networks. *Proc. Nat. Acad. Sci. USA*, 2007, vol. 104, pp. 7332-7336.
2. Stehlé J., Voirin N., Barrat A. Dynamical and bursty interactions in social networks. *Phys. Rev. E.*, 2010, vol. 81, no. 3, p. 035101.
3. McPherson M., Smith-Lovin L., M Cook J. Birds of a Feather: Homophily in Social Networks. *Ann. Rev. Sociol.*, 2001, vol. 27, pp. 415-444.
4. Koronovskiy A.A., Khramov A.E. Samoorganizovannaya kritichnost' v ierarkhicheskikh strukturakh upravleniya [Self-organized criticality in hierarchical management structures]. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedeniy. Prikladnaya nelineynaya dinamika – Izvestiya VUZ. Applied nonlinear dynamics*, 2000, vol. 8, no. 6, pp. 27-34. (In Russian).
5. Lopatnikov D.I., Khramov A.E., Koronovskiy A.A. Nekotorye aspekty izmeneniya chislennosti narodonaseleniya SShA s tochki zreniya nelineynoy dinamiki [Some aspects of USA population number changing with nonlinear dynamics view]. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedeniy. Prikladnaya nelineynaya dinamika – Izvestiya VUZ. Applied nonlinear dynamics*, 2002, vol. 10, no. 1-2, pp. 146-156. (In Russian).
6. Valencia M., Pastor M.A., Fernandez-Seara V.A. Dynamic small-world behavior in functional brain networks unveiled by an event-related networks approach. *Phys. Rev. E.*, 2008, vol. 77, no. 5, p. 050905.
7. Ulhaas P.J., Pipa G., Lima B., Lucia Melloni L., Neuenschwander S., Nikolic D., Singer W. Neural synchrony in cortical networks: history, concept and current status. *Frontiers Neurosci.*, 2009, vol. 3, pp. 17-36.
8. Hramov A.E., Harchenko A.A., Makarov V.V., Khramova M.V., Koronovskii A.A., Pavlov A.N., Dana S.K. Analysis of the characteristics of the synchronous clusters in the adaptive Kuramoto network and neural network of the epileptic brain. *Proc. SPIE*, 2016, vol. 9917, pp. 9917-9925.
9. Koronovskii A.A., Hramov A.E., Grubov V.V., Moskalenko O.I., Sitnikova E.Yu., Pavlov A.N. Coexistence of intermitencies in the neuronal network of the epileptic brain. *Phys. Rev. E.*, 2016, vol. 93, p. 032220.
10. Van Ooyen A. Competition in the development of nerve connections: a review of models. *Network: Computation in Neural Systems*, 2001, vol. 12, pp. 1-47.
11. van Luijtelaar G., Lüttjohann A., Makarov V.V., Maksimenko V.A., Koronovskii A.A., Hramov A.E. Methods of automated absence seizure detection, interference bystimulation, and possibilities for prediction in genetic absence models. *Journal of Neuroscience Methods*, 2016, vol. 260, pp. 144-158.
12. Makarov V.V., Koronovskii A.A., Maksimenko V.A., Hramov A.E., Moskalenko O.I., Buldu J.M., Boccaletti S. Emergence of a multi-layer structure in adaptive networks of phase oscillators. *Chaos, Solitons & Fractals*, 2016, vol. 84, p. 23.
13. Makarov V.V., Koronovskii A.A., Maksimenko V.A., Khramova M.V., Hramov A.E., Pavlov A.N., Moskalenko O.I., Buldu J.M., Boccaletti S. Multilayer structure formation via homophily and homeostasis. *Proc. SPIE*, 2016, vol. 9707, pp. 9707-9711.
14. Kuramoto Y. Self-entrainment of a population of coupled nonlinear oscillators. *International Symposium on Mathematical Problems in Theoretical Physics. Lecture Notes in Physics*. New York, Springer, 1975, vol. 39, pp. 420-422.
15. Moskalenko O.I., Phrolov N.S., Koronovskii A.A., Hramov A.E. Synchronization in the network of chaotic microwave oscillators. *Eur. Phys. J. Special Topics*, 2013, vol. 222, pp. 2571-2582.
16. Gutiérrez R., Amann A., Assenza S. Emerging Meso- and Macroscales from Synchronization of Adaptive Networks. *Phys. Rev. Lett.*, 2011, vol. 107, p. 234103.
17. Moskalenko O.I., Koronovskii A.A., Hramov A.E., Boccaletti S. Generalized synchronization in mutually coupled oscillators and complex networks. *Phys. Rev. E.*, 2012, vol. 86, p. 036216.
18. Koronovskii A.A., Moskalenko O.I., Shurygina S.A., Hramov A.E. Generalized synchronization in discrete maps. New point of view on weak and strong synchronization. *Chaos, Solitons & Fractals*, 2013, vol. 46, pp. 12-18.

Received 25 September 2016

Kirsanov Daniil Viktorovich, Yuri Gagarin State Technical University of Saratov, Saratov, Russian Federation, Student, e-mail: redstonehound@gmail.com

Nedaivozov Vladimir Olegovich, Yuri Gagarin State Technical University of Saratov, Saratov, Russian Federation, Student, e-mail: fdf_het@mail.ru

Goremyko Mikhail Vladimirovich, Yuri Gagarin State Technical University of Saratov, Saratov, Russian Federation, Candidate of Physics and Mathematics, Associate Professor, Senior Research Worker, e-mail: gormv67@mail.ru

Lopatin Dmitriy Valerevich, Tambov State University named after G.R. Derzhavin, Tambov, Russian Federation, Candidate of Physics and Mathematics, Associate Professor, Associate Professor of Mathematical Modeling and Information Technology Department, e-mail: +79107540080@ya.ru

Информация для цитирования:

Кирсанов Д.В., Недаивозов В.О., Горемыко М.В., Лопатин Д.В. Моделирование динамики многослойной сети осцилляторов Курамто с использованием технологии параллельных вычислений // Вестник Тамбовского университета. Серия Естественные и технические науки. Тамбов, 2016. Т. 21. Вып. 6. С. 2366-2369. DOI: 10.20310/1810-0198-2016-21-6-2366-2369

Kirsanov D.V., Nedaivozov V.O., Goremyko M.V., Lopatin D.V. Modelirovanie dinamiki mnogosloynoy seti ostillyatorov Kuramoto s ispol'zovaniem tekhnologii paralel'nykh vychisleniy [Study of dynamics of the multi-layer network of Kuramoto oscillators using the

parallel computing technology]. *Vestnik Tambovskogo universiteta. Seriya Estestvennye i tekhnicheskie nauki – Tambov University Review. Series: Natural and Technical Sciences*, 2016, vol. 21, no. 6, pp. 2366-2369. DOI: 10.20310/1810-0198-2016-21-6-2366-2369 (In Russian).